

9 «ВТ», домашнее задание с 23 на 30 сентября.

1 (Варя может сразу решать вторую:) Из точки A , лежащей вне окружности ω , проведены к ω касательная и секущая. Расстояние от A до точки касания равно 16, а расстояние от A до одной из точек пересечения секущей с ω равно 32. Найдите радиус ω , если расстояние от её центра до секущей равно 5.

2 Даны три окружности, центры которых не лежат на одной прямой. Докажите, что три радикальные оси (каждой пары окружностей) пересекаются в одной точке.

3 На высоте AD остроугольного треугольника ABC выбрана точка K . Точки M и N — проекции точки K на стороны AB и AC соответственно. Докажите, что точки B, C, M и N лежат на одной окружности.

4 В четырёхугольнике $ABCD$ углы A и C — прямые. На сторонах AB и CD как на диаметрах построены окружности, пересекающиеся в точках X и Y . Докажите, что прямая XY проходит через середину диагонали AC .

5 На гипотенузе AB прямоугольного равнобедренного треугольника ABC выбрана произвольная точка M . Докажите, что общая хорда окружностей с центром C и радиусом CA и с центром M и радиусом MC проходит через середину AB .

6 [задача из ОГЭ]

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 20 и 29, а основание BC равно 4. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

7 [необязательная красивая задача]

Из центра каждой из двух данных окружностей проведены касательные к другой окружности. Доказать, что красные хорды, соединяющие точки пересечения касательных с окружностями, равны.

