

9ВМ, спецкурс

1 апреля 2024

Зачет по движениям и комплексным числам

Программа

Везде нужны и формулировки, и доказательства.

- 1 Движения. Ориентация, ее сохранение/изменение. Движения переводят прямые в прямые, углы – в равные им углы.
- 2 Параллельный перенос, поворот, зеркальная симметрия. Определения и доказательства, что это действительно движения.
- 3 При центральной симметрии прямая переходит в параллельную ей. При повороте на $\alpha < 180^\circ$ один из двух углов между прямой ℓ и ее образом ℓ' равен α .
- 4 (Точка Торричелли) Как в треугольнике ABC , все углы которого меньше 120° , построить такую точку T , чтобы сумма $AT + BT + CT$ была минимальна?
- 5 Лемма о двух гвоздях.
- 6 Любое движение можно представить в виде композиции не более чем трех зеркальных симметрий.
- 7 Композиция двух зеркальных симметрий. Если движение сохраняет ориентацию, то это поворот или параллельный перенос.
- 8 Композиция параллельного переноса и зеркальной симметрии.
- 9 Композиция поворота и зеркальной симметрии.
- 10 Теорема Шаля.
- 11 Композиция поворотов относительно разных центров.
- 12 Теорема Наполеона.
- 13 Комплексные числа. Арифметические действия с ними. Модуль и сопряжение, их свойства.
- 14 Тригонометрическая форма комплексных чисел, модуль и аргумент. Если $|w| = 1$, то операция $z \mapsto wz$ – это поворот вокруг 0 на $\arg w$.
- 15 Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Следствия: формулы синуса/косинуса суммы/разности, формула Муавра.
- 16 Корни n -й степени из 1, их тригонометрическая форма и расположение на плоскости. Их сумма.
- 17 Значение $\cos 72^\circ$.
- 18 Как найти расстояние AB и угол $\angle ACB$, если известны комплексные координаты точек A, B, C ?
- 19 Как в комплексных координатах выглядят условия того, что точки A, B, C лежат на одной прямой? что прямые AB и CD перпендикулярны? что точки A, B, C, D лежат на одной окружности?