

9ВМ, спецкурс, занятие 15

19 января 2024

Движения и построения

Задачи для разбора

Если хочется минимум суммы отрезков, то надо движением сделать из нее выпрямляемую ломаную.

Если построение связано с отрезками заданной длины и направления, то используем параллельный перенос.

Если построение связано с серединами или параллелограммами, то может помочь центральная симметрия

Если построение связано с равнобедренными треугольниками с известными углами (например равносторонними), то может помочь поворот.

1 Дана прямая l и две точки A и B по одну сторону от нее. Постройте на прямой AB такую точку C , что $AC + BC$ минимально.

2 Даны угол ABC и точка D внутри его. Постройте отрезок с концами на сторонах данного угла, середина которого находилась бы в точке D .

3 С помощью циркуля и линейки постройте отрезок, равный и параллельный данному, так, чтобы его концы лежали на двух данных окружностях.

4 Даны две окружности и точка A . Постройте такой равнобедренный прямоугольный треугольник ABC (с прямым углом A), что B лежит на одной данной окружности, а C на другой.

5 Бильярдный стол имеет размеры 10 на 5, где-то на нем лежит шар. Как нужно ударить по этому шару, чтобы он отразился от всех четырех бортов по одному разу и вернулся в исходную точку?

6 (**Точка Торричелли**) В треугольнике ABC , все углы которого меньше 120° постройте такую точку T , что сумма $AT + BT + CT$ минимальна.

Задачи для самостоятельного решения

1 Даны угол и внутри его точки A и B . Постройте параллелограмм, для которого точки A и B — противоположные вершины, а две другие вершины лежат на сторонах угла.

2 Рыбак живет в избушке A на мысу, представляющем собой острый угол с вершиной O . Он хочет выйти из избушки, половить рыбу на одном берегу мыса, потом на другом и вернуться в избушку. Как ему это сделать, пройдя минимальное возможное расстояние?

3 В каком месте следует построить мост MN через реку, разделяющую деревни A и B , чтобы путь $AMNB$ из A в B был кратчайшим? (Берега реки считаются параллельными прямыми, мост перпендикулярен берегам.)

4 С помощью циркуля и линейки постройте хорду данной окружности, равную и параллельную данному отрезку.

5 Постройте равносторонний треугольник ABC так, чтобы его вершины лежали на трех данных параллельных прямых.

6 Даны две концентрические окружности S_1 и S_2 . С помощью циркуля и линейки проведите прямую, на которой эти окружности высекают три равных отрезка.

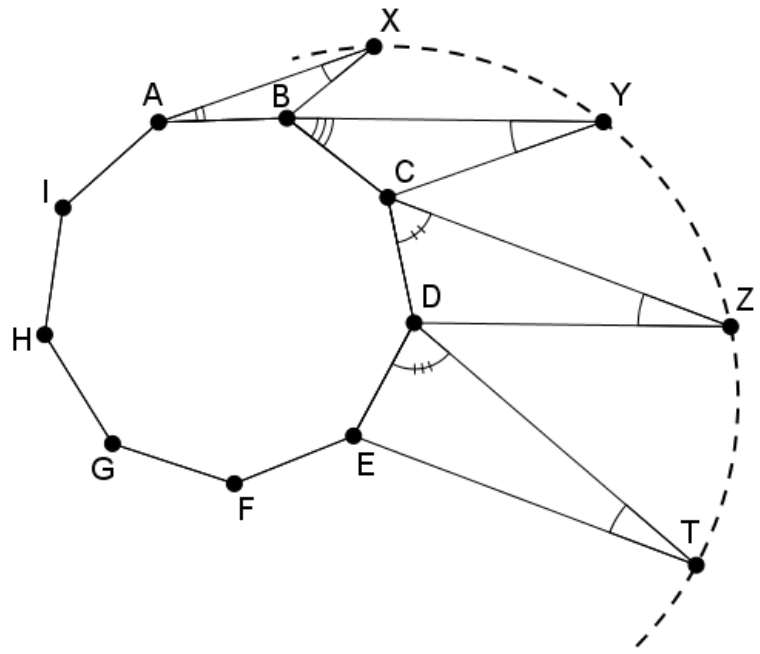
7 Постройте квадрат $ABCD$, если даны точки A , O и расстояния BO и DO .

8 Дан остроугольный треугольник ABC . Отметьте на его сторонах BC , CA , AB такие точки A' , B' , C' , чтобы периметр треугольника $A'B'C'$ был наименьшим.

Две разные звездочки не на построение

9* У Сени есть квадратный бильярдный стол с лузами по углам. Он хочет показать трюк: запустить два шара от одного борта под прямыми углом друг к другу (не обязательно из одной точки), чтобы оба сделали ровно по 100 отражений, после чего попали в угловые лузы. Удастся ли Сене этот трюк?

10* На сторонах правильного семиугольника $ABCDEFGH$ во внешнюю сторону построили треугольники XAB , YBC , ZCD и TDE . Известно, что углы X , Y , Z , T этих треугольников равны 20° каждый, а среди углов XAB , YBC , ZCD и TDE каждый следующий на 20° больше предыдущего. Докажите, что точки X , Y , Z , T



лежат на одной окружности.