

9 математический класс 1543. Алгебра.
26 марта 2024

Последовательность, в которой каждый следующий член на одно и то же число d больше предыдущего, называется *арифметической прогрессией*. Число d называется *разностью прогрессии*.

Формула n -го члена прогрессии: $a_n = a_1 + (n - 1)d$.

1 Между числами $-13,5$ и $-3,7$ вставлено семь чисел так, что они вместе с данными составляют арифметическую прогрессию. Найдите разность прогрессии.

2 В арифметической прогрессии $3, 6, 9, \dots$ содержится 463 члена, в арифметической прогрессии $2, 6, 10, \dots$ содержится 351 член.

a Найдите последний член каждой прогрессии.

b Сколько одинаковых членов содержится в этих прогрессиях?

В качестве переменной не обязательно брать первый член прогрессии.

3 При каком значении разности арифметической прогрессии, седьмой член которой равен 3, произведение четвертого и девятого членов будет наибольшим?

4 Сумма второго, четвертого и шестого членов арифметической прогрессии равна 18, а их произведение равно 168. Найдите первый член и разность прогрессии.

Критерий арифметической прогрессии: числа a, b, c (в этом порядке) являются тремя соседними членами арифметической прогрессии в том и только том случае, если $b = \frac{a+c}{2}$.

Тот же критерий работает для трех членов прогрессии, один из которых находится ровно посередине между двумя другими: $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$.

5 Числа $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c}$ образуют арифметическую прогрессию. Верно ли, что числа a^2, b^2, c^2 также образуют арифметическую прогрессию?

Формула суммы арифметической прогрессии: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{2na_1 + (n-1)nd}{2}$.

6 Тринадцатый член арифметической прогрессии равен 5. Найдите сумму первых 25 ее членов.

7 В арифметической прогрессии 10 членов. Сумма членов с четными номерами равна 25, а сумма членов с нечетными номерами равна 10. Найдите седьмой член прогрессии.

8 Найдите арифметическую прогрессию, в которой среднее арифметическое любых n первых ее членов равно $2n$.

9 Сумма первых семнадцати членов арифметической прогрессии равна 85, а сумма первых ее двадцати одного члена равна 189. Сколько положительных трехзначных чисел содержится в этой прогрессии?

10 Сумма членов арифметической прогрессии и ее первый член положительны. Если увеличить разность этой прогрессии на 4, не меняя первого члена, то сумма ее членов увеличится в 3 раза. Если же первый член исходной прогрессии увеличить в 5 раз, не меняя ее разности, то сумма членов увеличится также в 3 раза. Найдите разность исходной прогрессии.

11 Несколько чисел образуют арифметическую прогрессию, причём их сумма равна 63, а первый член в полтора раза больше разности прогрессии. Если все члены прогрессии уменьшить на одну и ту же величину так, чтобы первый член прогрессии был равен разности прогрессии, то сумма всех чисел уменьшится не более, чем на 8, но не менее, чем на 7. Определите, какой может быть разность этой прогрессии.

12* Сумма первых тринадцати членов некоторой арифметической прогрессии составляет 50% от суммы последних тринадцати членов этой прогрессии. Сумма всех членов этой прогрессии без первых трёх членов относится к сумме всех членов без последних трёх как 5:4. Найдите количество членов этой прогрессии.

Домашнее задание. 26 марта → 30 марта

1 В арифметической прогрессии пятый член равен 2. При каком значении разности прогрессии сумма всевозможных попарных произведений четвертого, седьмого и восьмого членов прогрессии будет наименьшей?

2 Известно, что x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 - 7x + a = 0$, x_3 и x_4 - корни уравнения $x^2 - 19x + b = 0$, причем числа x_1, x_2, x_3, x_4 составляют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Найдите a и b .

3 Сумма первых n членов арифметической прогрессии выражается формулой $S_n = 3n^2 - n$. Найдите первый член и разность прогрессии.

4 В арифметической прогрессии сумма восьми первых членов равна 32, а сумма двадцати первых членов равна 200. Найдите сумму первых 28 членов прогрессии.

5 Конечная арифметическая прогрессия a_1, \dots, a_n состоит из положительных членов и возрастает. Если увеличить разность этой прогрессии в 3 раза (не меняя a_1), то ее сумма увеличится в 2 раза. А во сколько раз увеличится сумма этой прогрессии, если ее разность увеличить в 4 раза?