

9 математический класс 1543. Алгебра.
26 декабря 2023

- Уравнение прямой: $y = kx + b$ или $ax + by = c$.
- Расстояние между точками (x, y) и (a, b) можно вычислить по формуле $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$.
- Окружность с центром $O(a, b)$ и радиусом r задается уравнением $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.
- Теорема косинусов: если, a, b, c – стороны треугольника, угол между a и b равен γ , то $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma}$.

1 Найдите наименьшее значение выражения $2\sqrt{x^2+4} + \sqrt{(x-2)^2+4} + \sqrt{(x-3)^2+16}$.

2 Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{(a-3)^2+(b-3)^2} + 2\sqrt{(a-3)^2+(b+1)^2} + 2\sqrt{((a+1)^2+(b-3)^2)}$.

3 Решите систему уравнений

a
$$\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2-16x+64} + \sqrt{x^2+y^2+12y+36} = 10, \\ 5x^2 - 8y^2 = 8. \end{cases}$$

b
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 14x - 10y + 49 = 0, \\ \sqrt{x^2+y^2-16x-12y+100} + \sqrt{x^2+y^2+4x-20y+104} = 2\sqrt{29}. \end{cases}$$

4 Найти наименьшее значение выражения $\sqrt{1+x^2-x} + \sqrt{1+x^2-x}\sqrt{3}$.

5 Решить уравнение $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+x^2-x}\sqrt{3} = \sqrt{3}$.

6 Имеет ли система уравнений
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$$
 положительные решения?

7 Найти $M = xy + 2yz + 3xz$, где x, y, z – положительные решения системы
$$\begin{cases} x^2 + xy + \frac{y^2}{3} = 25 \\ \frac{y^2}{3} + z^2 = 16 \\ z^2 + zx + x^2 = 9 \end{cases}.$$

8 Докажите неравенство для положительных x, y, z :

$$3(xy + yz + xz)^2 \leq 4(x^2 + xy + y^2)(x^2 + xz + z^2).$$

9* Известно, что для положительных x, y, z выполнено $xyz(x+y+z) = 1$. Докажите, что $(x+y)(x+z) \geq 2$.