9 математический класс 1543. Алгебра.
12 декабря 2023

Теорема. Обозначим $e_1 = x + y$, $e_2 = xy$. Тогда любой симметрический многочлен от x и y выражается через e_1 и e_2.

1 Пусть x, y – корни уравнения $t^2 - 7t + 2 = 0$. Найдите

a) $x^2 + y^2$; b) $x^3 + y^3$; c) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$; d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; e) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$.

Теорема (Виета)**.** Пусть x, y, z — корни приведенного кубического уравнения $t^3 + pt^2 + qt + r = 0$. Тогда $x + y + z = -p$, $xy + yz + zx = q$, $xyz = r$.

Теорема (которую мы докажем чуть позже)**.** Любой симметрический многочлен от переменных x, y, z можно выразить через $e_1 = x + y + z$, $e_2 = xy + yz + zx$, $e_3 = xyz$.

2 Пусть x, y, z – корни кубического уравнения $t^3 - 5t^2 + 2t + 3$. Выразите через e_1, e_2, e_3 и вычислите

a) $x^2 + y^2 + z^2$; b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$; c) $x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + z^2x + zx^2$; d) $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$.

e) Составьте кубическое уравнение, корнями которого являются $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$.

9 математический класс 1543. Алгебра.
12 декабря 2023

Теорема. Обозначим $e_1 = x + y$, $e_2 = xy$. Тогда любой симметрический многочлен от x и y выражается через e_1 и e_2.

1 Пусть x, y – корни уравнения $t^2 - 7t + 2 = 0$. Найдите

a) $x^2 + y^2$; b) $x^3 + y^3$; c) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$; d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; e) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$.

Теорема (Виета)**.** Пусть x, y, z — корни приведенного кубического уравнения $t^3 + pt^2 + qt + r = 0$. Тогда $x + y + z = -p$, $xy + yz + zx = q$, $xyz = r$.

Теорема (которую мы докажем чуть позже)**.** Любой симметрический многочлен от переменных x, y, z можно выразить через $e_1 = x + y + z$, $e_2 = xy + yz + zx$, $e_3 = xyz$.

2 Пусть x, y, z – корни кубического уравнения $t^3 - 5t^2 + 2t + 3$. Выразите через e_1, e_2, e_3 и вычислите

a) $x^2 + y^2 + z^2$; b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$; c) $x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + z^2x + zx^2$; d) $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$.

e) Составьте кубическое уравнение, корнями которого являются $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$.

9 математический класс 1543. Алгебра.
12 декабря 2023

Теорема. Обозначим $e_1 = x + y$, $e_2 = xy$. Тогда любой симметрический многочлен от x и y выражается через e_1 и e_2.

1 Пусть x, y – корни уравнения $t^2 - 7t + 2 = 0$. Найдите

a) $x^2 + y^2$; b) $x^3 + y^3$; c) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$; d) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$; e) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$.

Теорема (Виета)**.** Пусть x, y, z — корни приведенного кубического уравнения $t^3 + pt^2 + qt + r = 0$. Тогда $x + y + z = -p$, $xy + yz + zx = q$, $xyz = r$.

Теорема (которую мы докажем чуть позже)**.** Любой симметрический многочлен от переменных x, y, z можно выразить через $e_1 = x + y + z$, $e_2 = xy + yz + zx$, $e_3 = xyz$.

2 Пусть x, y, z – корни кубического уравнения $t^3 - 5t^2 + 2t + 3$. Выразите через e_1, e_2, e_3 и вычислите

a) $x^2 + y^2 + z^2$; b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$; c) $x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + z^2x + zx^2$; d) $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2$.

e) Составьте кубическое уравнение, корнями которого являются $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$.