

9 математический класс 1543. Алгебра.
5 декабря 2023

Правила построения графиков на ОГЭ:

1) Если есть выколотые точки – сразу указываем ОДЗ.

2) Пишем разбор случаев, если нужен. Явно указываем, при каких x этот случай бывает. Аккуратно с точками на краях, они относятся ровно к одному случаю.

3) Для каждого отдельного куска графика указываем его тип (прямая/парабола/гипербола). Строим каждый кусок по точкам (обязательно пишем табличку).

- Прямая строится ровно по двум точкам (не больше!).
- У параболы нужно явно найти координаты вершины (и x , и y). В табличке не менее пяти точек (вершину тоже можно).
- У гиперболы явно находим асимптоты. В табличке не менее трех точек на каждой ветви (всего не менее шести).

4) Точки на стыках случаев обязательно должны быть в обеих табличках. Чтобы было понятно, состыковываются ли куски графики друг с другом или нет.

5) Оси подписаны, ноль есть, масштаб указан. Учтите, что клеточки не сканируются, поэтому координаты всех важных точек стоит явно подписывать (пунктир к оси + число на ней).

6) Прямые на графике должны быть прямыми. У параболы не должно быть острой вершины. Парабола нигде не должна выгибаться в обратную сторону. Гипербола не должна начинать отдаляться от асимптоты.

7) Выколотые точки не забываем. В том числе на границе несостыковавшихся случаев (с правильной стороны).

8) Для решения части с параметром рисуем прямые $y = t$ для всех важных t (отдельные случаи, границы интервалов). Должно быть понятно, чему равно t в каждом случае.

9) Ответ на параметрическую часть пишем.

1 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2,5x - 3,5 & \text{при } x < 1, \\ -2,5x + 4 & \text{при } 1 \leq x \leq 3, \\ 1,5x - 8 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значения t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

2 Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & \text{при } x \geq -4 \\ -\frac{16}{x} & \text{при } x < -4 \end{cases}$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком одну или две общие точки.

3 Воспользуйтесь заменой переменных и решите систему. В симметрических системах вам поможет замена $e_1 = x + y$, $e_2 = xy$ или $p_1 = x + y$, $p_2 = x^2 + y^2$.

$\text{a) } \begin{cases} (x + y)^2 - 4(x + y) = 45 \\ (x - y)^2 - 2(x - y) = 3 \end{cases}$	$\text{b) } \begin{cases} xy - 29 = x + y \\ x^2 + y^2 = x + y + 72 \end{cases}$	$\text{c) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 5x + 5y + 3xy = 15 \\ x^2 + y^2 - x - y + xy = 1 \end{cases}$
$\text{d) } \begin{cases} x^4 + y^4 + x^2 + y^2 = 92 \\ xy = 3 \end{cases}$	$\text{e) } \begin{cases} 2 \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right) - 9 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + 14 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$	$\text{f) } \begin{cases} x^3 = 5x + y \\ y^3 = 5y + x \end{cases}$

Домашнее задание. 5 декабря → 9 декабря

1 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 3, & \text{при } x \geq -3, \\ x + 9, & \text{при } x < -3, \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

2 Решите системы:

a
$$\begin{cases} x^4 + 4y^4 - 5x^2y^2 = 45 \\ x^2 + 2y^2 + 3xy = 15 \end{cases}$$

b
$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - 3x - 3y + xy = -1 \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y + 3xy = 1 \end{cases}$$

c
$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 17(x + y)^2, \\ xy = 2x + 2y. \end{cases}$$

d
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ (xy + 8)(x + y) = 2. \end{cases}$$