

**9 математический класс 1543. Алгебра.  
7 ноября 2023**

**1** Найдите область определения функции:

**a**  $y = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 6x + 8} - 2}$ ;    **b**  $y = \frac{\sqrt{(x^2 - 4x - 21)|x + 2|}}{x^2 + x - 72}$ .

**2** Найдите область значений функции

**a**  $y = 2 - \frac{3}{2x^2 - 8x + 9}$ ;    **b**  $y = \begin{cases} -x^2 - 2x, & \text{если } x < 1, \\ -\frac{3}{x}, & \text{если } x \geq 1; \end{cases}$

**3** Является ли функция четной? нечетной?

**a**  $y = (x + 5)|x - 3| - (x - 5)|x + 3|$ ;    **b**  $y = (x - 1)|x + 2| + (x - 2)|x + 1|$ .

**4** **a** Функция  $f(x)$  имеет симметричную область определения. Являются ли четными/нечетными функции  $\frac{f(x) + f(-x)}{2}$  и  $\frac{f(x) - f(-x)}{2}$ ?

**b** Докажите, что любую функцию с симметричной областью определения можно представить в виде суммы четной и нечетной функции.

**c** Представьте  $y = |x - 3|$  в виде суммы четной и нечетной функции.

**5** Про функцию  $f(x)$  известно, что она четная и  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  при  $x \geq 0$ . Постройте график  $y = f(x)$  и задайте эту функцию одной формулой.

**6** Про функцию  $f(x)$  известно, что она нечетная и  $f(x) = x^2$  при  $x \leq 0$ . Постройте график  $y = f(x)$  и задайте эту функцию одной формулой.

Говорят, что функция  $f(x)$  *строго возрастает на промежутке*  $X$ , если для любых  $x_1 < x_2$  из этого промежутка выполняется  $f(x_1) < f(x_2)$ . (Если  $f(x_1) \leq f(x_2)$ , то функция возрастает *нестрого*.)

Говорят, что функция  $f(x)$  *строго убывает на промежутке*  $X$ , если для любых  $x_1 < x_2$  из этого промежутка выполняется  $f(x_1) > f(x_2)$ . (Если  $f(x_1) \geq f(x_2)$ , то функция убывает *нестрого*.)

**7** Докажите, что

**a**  $y = \frac{5}{2x + 1}$  строго убывает на  $(-\infty; -0,5)$ ;

**b**  $y = \frac{21x - 9}{3x - 1}$  строго возрастает на  $(-\infty; \frac{1}{3})$ ;

**c**  $y = 3x^2 - 4x + 7$  строго убывает на  $(-\infty; \frac{2}{3}]$ .

**8** Функции  $f$  и  $g$  возрастают на промежутке  $X$ . Верно ли, что функции:

**a**  $f + g$ ,  $f^2$  и  $fg$  возрастают на промежутке  $X$ ;

**b**  $-f$ ,  $\frac{1}{f}$  убывают на промежутке  $X$ ?

**c** Какие условия нужно наложить на функции, чтобы исправить неверные утверждения?

**Домашнее задание. 7 ноября → 11 ноября**

**1** Найдите область определения функции  $y = \sqrt{|x - 1|(3x - 6)(x - 5)(x - 6)} + \frac{3}{x^2 + 4x - 21}$ .

**2** Найдите область значений функции

**a**  $y = \frac{12}{\sqrt{4x - x^2 - 3} + 3} - 4$ ;    **b**  $y = \begin{cases} (x - 1)^3, & \text{если } x \geq 0, \\ \frac{1}{x - 1}, & \text{если } x < 0; \end{cases}$

**3** Исследуйте функцию  $f(x) = |x + 2|(x - 15)(x + 43) + |x - 2|(x + 15)(43 - x)$  на четность.

**4** Про функцию  $f(x)$  известно, что она нечетная и  $f(x) = x^2 - 2x$  при  $x \geq 0$ . Постройте ее график и задайте ее одной формулой.

**5** Докажите, что функция  $y = 2 + \sqrt{3 - 5x}$  строго убывает на  $(-\infty; 0,6]$ .