

**9 математический класс 1543. Алгебра.
7 ноября 2023**

1 Найдите область определения функции:

a $y = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 6x + 8} - 2}$; **b** $y = \frac{\sqrt{(x^2 - 4x - 21)|x + 2|}}{x^2 + x - 72}$.

2 Найдите область значений функции

a $y = 2 - \frac{3}{2x^2 - 8x + 9}$; **b** $y = \begin{cases} -x^2 - 2x, & \text{если } x < 1, \\ -\frac{3}{x}, & \text{если } x \geq 1; \end{cases}$

3 Является ли функция четной? нечетной?

a $y = (x + 5)|x - 3| - (x - 5)|x + 3|$; **b** $y = (x - 1)|x + 2| + (x - 2)|x + 1|$.

4 **a** Функция $f(x)$ имеет симметричную область определения. Являются ли четными/нечетными функции $\frac{f(x) + f(-x)}{2}$ и $\frac{f(x) - f(-x)}{2}$?

b Докажите, что любую функцию с симметричной областью определения можно представить в виде суммы четной и нечетной функции.

c Представьте $y = |x - 3|$ в виде суммы четной и нечетной функции.

5 Про функцию $f(x)$ известно, что она четная и $f(x) = x^2 - 4x + 3$ при $x \geq 0$. Постройте график $y = f(x)$ и задайте эту функцию одной формулой.

6 Про функцию $f(x)$ известно, что она нечетная и $f(x) = x^2$ при $x \leq 0$. Постройте график $y = f(x)$ и задайте эту функцию одной формулой.

Говорят, что функция $f(x)$ *строго возрастает на промежутке* X , если для любых $x_1 < x_2$ из этого промежутка выполняется $f(x_1) < f(x_2)$. (Если $f(x_1) \leq f(x_2)$, то функция возрастает *нестрого*.)

Говорят, что функция $f(x)$ *строго убывает на промежутке* X , если для любых $x_1 < x_2$ из этого промежутка выполняется $f(x_1) > f(x_2)$. (Если $f(x_1) \geq f(x_2)$, то функция убывает *нестрого*.)

7 Докажите, что

a $y = \frac{5}{2x + 1}$ строго убывает на $(-\infty; -0,5)$;

b $y = \frac{21x - 9}{3x - 1}$ строго возрастает на $(-\infty; \frac{1}{3})$;

c $y = 3x^2 - 4x + 7$ строго убывает на $(-\infty; \frac{2}{3}]$.

8 Функции f и g возрастают на промежутке X . Верно ли, что функции:

a $f + g$, f^2 и fg возрастают на промежутке X ;

b $-f$, $\frac{1}{f}$ убывают на промежутке X ?

c Какие условия нужно наложить на функции, чтобы исправить неверные утверждения?

Домашнее задание. 7 ноября → 11 ноября

1 Найдите область определения функции $y = \sqrt{|x - 1|(3x - 6)(x - 5)(x - 6)} + \frac{3}{x^2 + 4x - 21}$.

2 Найдите область значений функции

a $y = \frac{12}{\sqrt{4x - x^2 - 3} + 3} - 4$; **b** $y = \begin{cases} (x - 1)^3, & \text{если } x \geq 0, \\ \frac{1}{x - 1}, & \text{если } x < 0; \end{cases}$

3 Исследуйте функцию $f(x) = |x + 2|(x - 15)(x + 43) + |x - 2|(x + 15)(43 - x)$ на четность.

4 Про функцию $f(x)$ известно, что она нечетная и $f(x) = x^2 - 2x$ при $x \geq 0$. Постройте ее график и задайте ее одной формулой.

5 Докажите, что функция $y = 2 + \sqrt{3 - 5x}$ строго убывает на $(-\infty; 0,6]$.