

Задачи из егэ и огэ

1. В остроугольном треугольнике ABC проведены высота BH и медиана AM , причем точки A , B , H и M лежат на одной окружности.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AM : BH = 4 : 3$ и $MH = 3$.

Ответ: б) $3\sqrt{55}$.

2. На продолжении стороны AC за вершину A треугольника ABC отложен отрезок AD , равный стороне AB . Прямая, проходящая через точку A параллельно BD , пересекает сторону BC в точке M .

- а) Докажите, что AM — биссектриса угла BAC .
- б) Найдите площадь трапеции $AMBD$, если площадь треугольника ABC равна 144 и известно отношение $AC : AB = 3 : 1$.

Ответ: б) 84.

3. Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17.

- а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- б) Найдите площадь трапеции.

Ответ: б) 60.

4. На сторонах AD и BC параллелограмма $ABCD$ взяты соответственно точки M и N , причём M — середина AD , а $BN : NC = 1 : 3$.

- а) Докажите, что прямые AN и AC делят отрезок BM на три равные части.
- б) Найдите площадь четырёхугольника, вершины которого находятся в точках C , N и точках пересечения прямой BM с прямыми AN и AC , если площадь параллелограмма $ABCD$ равна 48.

5. На диагонали параллелограмма взяли точку, отличную от её середины. Из неё на все стороны параллелограмма (или их продолжения) опустили перпендикуляры.

- а) Докажите, что четырёхугольник, образованный основаниями этих перпендикуляров, является трапецией.
- б) Найдите площадь полученной трапеции, если площадь параллелограмма равна 16, а один из его углов равен 60° .

Ответ: 6.

6. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N — середины катетов AC и BC соответственно, CH — высота.

- а) Докажите, что прямые MN и NH перпендикулярны.
- б) Пусть P — точка пересечения прямых AC и NH , а Q — точка пересечения прямых BC и MH . Найдите площадь треугольника PQM , если $AH = 4$ и $BH = 2$.

Ответ: б) $18\sqrt{2}$.

7. Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K , так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O .

- а) Докажите, что $CO = KO$.
- б) Найти отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{100}$ площади трапеции $ABCD$.

Ответ: 3 : 7.

8. В треугольнике ABC на стороне BC отметили точку D так, что $AB = BD$. Биссектриса BF пересекает AD в точке E . Из точки C на прямую AD опущен перпендикуляр CK .

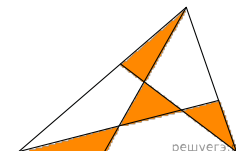
- а) Докажите, что $AB : BC = AE : EK$.
- б) Найдите отношение площади ABE к площади $CDEF$, если $BD : DC = 5 : 2$.

Ответ: 30 : 19.

9.

Все четыре треугольника, заштрихованные на рисунке, равновелики.

- а) Докажите, что все три четырёхугольника, не заштрихованные на нем, тоже равновелики.
- б) Найдите площадь одного четырёхугольника, если площадь одного заштрихованного треугольника равна 1.



Ответ: б) $\sqrt{5} + 1$.