Подобие

1. Верно ли утверждение: «Если две стороны и три угла одного треугольника равны двум сторонам и трем углам другого треугольника, то такие треугольники равны»?

2. Пусть M середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. В каком отношении отрезок AM делит диагональ BD?

3. Сторона AD параллелограмма $ABCD$ разделена на n равных частей. Первая точка P деления соединена с вершиной B. Докажите, что прямая BP отсекает на диагонали AC часть AQ, равную $1/(n+1)$ всей диагонали.

4. Боковая сторона треугольника разделена на 5 равных частей. Из точек деления проведены прямые, параллельные основанию. Основание равно 20. Найдите отрезки параллельных прямых, заключенные между боковыми сторонами.

5. Каждая из боковых сторон трапеции разделена на 5 равных частей. Пусть M и N – вторые точки деления на боковых сторонах, считая от вершин меньшего основания. Найдите MN, если основания трапеции равны a и b. ($a > b$).

6. На диагоналях AC и BD трапеции $ABCD$ взяты, соответственно, точки M и N так, что $AM : MC = DN : NB = 1 : 4$. Найдите MN, если основания $AD = a$, $BC = b$. ($a > b$).

7. Отрезок прямой, параллельной основаниям трапеции, заключенный внутри трапеции, разбивается ее диагоналями на 3 части. Докажите, что отрезки, прилегающие к боковым сторонам, равны между собой.

8. Через точку пересечения диагоналей трапеции проведена прямая параллельная основаниям. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции, если основания равны a и b.

9. На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты точки M и N так, что $MN \parallel BC$. На отрезке MN взята точка P так, что $MP = MN/3$. Прямая AP пересекает сторону BC в точке Q. Докажите, что $BQ = BC/3$.

10. ***Замечательное свойство трапеции.*** Докажите, что точка пересечения продолжений боковых сторон трапеции, середины оснований и точка пересечения диагоналей лежат на одной прямой.

11. Внутри квадрата $ABCD$ взята точка M. Докажите, что точки пересечения медиан треугольников ABM, BCM, CDM, ADM образуют квадрат.

12. На стороне BC равностороннего треугольника ABC, как на диаметре, внешним образом построена полуокружность, на которой взяты точки K и L, делящие ее на 3 равные дуги. Докажите, что прямые AK и AL делят отрезок BC на равные части.

13. Непараллельные стороны трапеции продолжены до взаимного пересечения и через полученную точку проведена прямая, параллельная основаниям трапеции. Найдите длину отрезка этой прямой, ограниченного продолжениями диагоналей, если длины оснований трапеции равны a и b.

14. При каком отношении оснований трапеции существует прямая, на которой 6 точек пересечения с диагоналями, боковыми сторонами и продолжениями оснований трапеции высекают 5 равных отрезков?

15. Через точку P медианы CC' треугольника ABC проведены прямые AA' и BB' (точки A' и B' лежат на сторонах BC и CA). Докажите, что $A'B' \parallel AB$.

16. Прямая, соединяющая точку P пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$ с точкой Q пересечения прямых AB и CD, делит сторону AD пополам. Докажите, что она делит пополам и сторону BC.

17. Основания трапеции равны a и b, ($a > b$). Прямые, соединяющие середину большего основания с концами меньшего, пересекают диагонали трапеции в точках M и N. Найдите длину отрезка MN.

18. На основании BC трапеции $ABCD$ взята точка K так, что $BK = k\ BC$. Пусть P – точка пересечения прямых AB и CD, M – точка пересечения AK и BD. Прямая PM пересекает BC в точке N. Докажите, что $BN = (k/(k+1))BC$.