

Задачи к экзамену!!!!!!

1. Основания трапеции равны 1 и 6, а диагонали – 3 и 5. Под каким углом видны основания из точки пересечения диагоналей?
2. В угол вписаны две окружности. Одна из них касается сторон угла в точках A и B , а другая в точках C и D . Докажите, что прямая AD отсекает на этих окружностях равные хорды.
3. Через точку P , лежащую на общей хорде AB двух пересекающихся окружностей, проведены хорда KM первой окружности и хорда LN второй окружности. Докажите, что четырехугольник $KLMN$ вписанный.
4. Найдите площадь равнобокой трапеции, если ее диагонали перпендикулярны, а средняя линия равна m .
5. Две окружности пересекаются в точках A и B . В каждой из этих окружностей проведены хорды AC и AD так, что хорда одной окружности касается другой окружности. Найдите AB , если $CB = a$, $DB = b$
6. Пусть M произвольная точка окружности, описанной около равностороннего треугольника ABC . Докажите, что один из отрезков MA MB MC равен сумме двух других.
7. Докажите, что площадь прямоугольного треугольника равна произведению отрезков, на которые делит гипотенузу вписанная окружность
8. Докажите, что отрезки AM , BN , CK пересекаются в одной точке (где M , N , K - точки касания вписанной окружности треугольника ABC со сторонами BC , AC , AB соответственно)
9. В угол вписаны две окружности. Одна из них касается сторон угла в точках A и B , а другая в точках C и D . Докажите, что прямая AD отсекает на этих окружностях равные хорды.
10. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Докажите, что треугольники ABC , HBC , AHC и ABH имеют общую окружность девяти точек.
11. Площадь трапеции равна 27, основания 8 и 16. Найдите площади треугольников, на которые трапеция разделена диагоналями
12. Через точку P , лежащую на общей хорде AB двух пересекающихся окружностей, проведены хорда KM первой окружности и хорда LN второй окружности. Докажите, что четырехугольник $KLMN$ вписанный.

13. Две стороны треугольника равны 10 и 12, а медиана, проведённая к третьей, равна 5. Найдите площадь треугольника.
14. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Диагональ AC является биссектрисой угла BAD и пересекается с диагональю BD в точке K . Найдите KC , если $BC = 4$ и $AK = 6$.
15. Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Одна из них равна 6. Отрезок, соединяющий середины оснований, равен 4,5. Найдите площадь трапеции.
16. В треугольнике ABC медиана AD и биссектриса BE перпендикулярны и пересекаются в точке F . Известно, что площадь треугольника DEF равна 5. Найдите площадь треугольника ABC .
17. На наибольшей стороне AC треугольника ABC взяли точку X , отличную от вершин. Из нее опущены перпендикуляры XM и XN на прямые AB и BC соответственно. Найдите такое положение точки X , при котором длина MN будет наименьшей
18. В угол вписаны две окружности. Одна из них касается сторон угла в точках A и B , а другая в точках C и D . Докажите, что прямая AD отсекает на этих окружностях равные хорды.
19. Четырёхугольник $ABCD$ вписанный, причём AC — биссектриса угла DAB . Докажите, что $AC \cdot BD = AD \cdot DC + AB \cdot BC$
20. Отрезок прямой, параллельной основаниям трапеции, заключённый внутри трапеции, разбивается её диагоналями на три части. Докажите, что отрезки, прилегающие к боковым сторонам, равны между собой.
21. В треугольнике ABC медиана AD и биссектриса BE перпендикулярны и пересекаются в точке F . Известно, что площадь треугольника DEF равна 5. Найдите площадь треугольника ABC .
22. Косинус угла с вершиной A равен $4/5$. Расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из некоторой точки B , находящейся внутри угла на его стороны, равно 2. Найдите AB .
23. Шестиугольник $ABCDEF$ вписан в окружность. Доказать, что AD , BE , CF пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда $AB \cdot CD \cdot EF = BC \cdot DE \cdot FA$. Докажите, что сумма расстояний от любой точки, расположенной внутри правильного n -угольника, до его сторон не зависит от выбора точки.
24. Дан правильный $4n$ -угольник $A_1A_2 \dots A_{4n}$ площади S , причём $n > 1$. Найдите площадь четырёхугольника $A_1A_nA_{n+1}A_{n+2}$.

25. Существует ли правильный многоугольник, длина одной диагонали которого равна сумме длин двух других диагоналей (да)
26. Прямая раскрашена в два цвета. Докажите, что найдётся отрезок, оба конца и середина которого покрашены в один и тот же цвет. (координаты).
27. Треугольник и вписанный в него ромб имеют общий угол. Стороны треугольника, заключающие этот угол, относятся как $m:n$. Найдите отношение площади ромба к площади треугольника.
28. Четырёхугольник разделен диагоналями на 4 треугольника. Площади 3-х из них равны 10, 20, 30 и каждая меньше площади 4-го треугольника. Найдите площадь данного четырёхугольника.
29. Площади треугольников, образованных отрезками диагоналей трапеции и ее основаниями равны p и q . Найдите площадь трапеции
30. В равнобедренном треугольнике ABC боковые стороны в два раза больше основания AB . Биссектрисы углов при основании пересекаются в точке M . Какую часть площадь треугольника ABC составляет площадь ABM .