

более или менее все 25 задачи

1. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 18$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 132° и 93° .
2. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 96. Найдите стороны треугольника ABC .
3. Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трёх окружностей.
4. Через середину K медианы BM треугольника ABC и вершину A проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника ABK к площади четырёхугольника $KPCM$.
5. Площадь треугольника ABC равна 80. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD : CD = 1 : 3$. Найдите площадь четырёхугольника $EDCK$.
6. Найдите острые углы прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 12, а площадь равна 18.
7. Стороны AC , AB , BC треугольника ABC равны $2\sqrt{5}$, $\sqrt{13}$ и 1 соответственно. Точка K расположена вне треугольника ABC , причем отрезок KC пересекает отрезок AB в точке, отличной от B . Известно, что треугольник с вершинами K , A и C подобен исходному. Найдите косинус угла AKC , если $\angle KAC > 90^\circ$.
8. Одна из биссектрис треугольника делится точкой пересечения биссектрис в отношении 40:1, считая от вершины. Найдите периметр треугольника, если длина стороны треугольника, к которой эта биссектриса проведена, равна 30.
9. Вершины ромба расположены на сторонах параллелограмма, а стороны ромба параллельны диагоналям параллелограмма. Найдите отношение площадей ромба и параллелограмма, если отношение диагоналей параллелограмма равно 28.
10. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 20 и 25, а основание BC равно 5. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.
11. Основания трапеции относятся как 1 : 3. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, параллельная основаниям. В каком отношении эта прямая делит площадь трапеции?
12. В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковые стороны равны меньшему основанию BC . К диагоналям трапеции провели перпендикуляры BH и CE . Найдите площадь четырёхугольника $BCEH$, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.
13. В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.
14. Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 25$ и $CD = 16$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.
15. Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 44$, $BC = 24$, $CF : DF = 3 : 1$.
16. Углы при одном из оснований трапеции равны 85° и 5° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 11 и 1. Найдите основания трапеции.
17. Три окружности с центрами O_1, O_2 и O_3 и радиусами 2,5, 0,5 и 4,5 соответственно попарно касаются внешним образом. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

18. Две касающиеся внешним образом в точке K окружности, радиусы которых равны 16 и 48, вписаны в угол с вершиной A . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку K , пересекает стороны угла в точках B и C . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .
19. Окружность радиуса 4 касается внешним образом второй окружности в точке B . Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку B , пересекается с некоторой другой их общей касательной в точке A . Найдите радиус второй окружности, если $AB = 6$.
20. В окружности с центром в точке O проведены две хорды AB и CD . Прямые AB и CD перпендикулярны и пересекаются в точке M , лежащей вне окружности. При этом $AM = 36$, $BM = 6$, $CD = 4\sqrt{46}$. Найдите OM .
21. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом B , проведена биссектриса угла A . Известно, что она пересекает серединный перпендикуляр, проведённый к стороне BC в точке K . Найдите угол BCK , если известно, что угол ACB равен 40° .
22. Окружности радиусов 14 и 35 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .
23. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .
24. В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC . Точка O является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Расстояния от точки O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 5, 4 и 3. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$.
25. Высоты остроугольного треугольника ABC , проведённые из точек B и C , продолжили до пересечения с описанной окружностью в точках B_1 и C_1 . Оказалось, что отрезок B_1C_1 проходит через центр описанной окружности. Найдите угол BAC .
26. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.
27. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 49° , 69° и 62° .
28. В выпуклом четырёхугольнике $NPQM$ диагональ NQ является биссектрисой угла PNM и пересекается с диагональю PM в точке S . Найдите NS , если известно, что около четырёхугольника $NPQM$ можно описать окружность, $PQ = 14$, $SQ = 4$.
29. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP . Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP , равен 96, тангенс угла BAC равен $\frac{8}{15}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .
30. Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вершины которого расположены на окружности, пересекаются в точке M . Известно, что $\angle ABC = 72^\circ$, $\angle BCD = 102^\circ$, $\angle AMD = 110^\circ$. Найдите $\angle ACD$.
31. Длина катета AC прямоугольного треугольника ABC равна 8 см. Окружность с диаметром AC пересекает гипотенузу AB в точке M . Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что $AM : MB = 16 : 9$.

32. На каждой из двух окружностей с радиусами 3 и 4 лежат по три вершины ромба. Найдите его сторону.
33. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в её середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .
34. Биссектриса CM треугольника ABC делит сторону AB на отрезки $AM = 17$ и $MB = 19$. Касательная к описанной окружности треугольника ABC , проходящая через точку C , пересекает прямую AB в точке D . Найдите CD .
35. В треугольнике ABC угол B равен 120° , а длина стороны AB на $3\sqrt{3}$ меньше полупериметра треугольника. Найдите радиус окружности, касающейся стороны BC и продолжений сторон AB и AC .
36. Окружность, вписанная в треугольник ABC , касается его сторон в точках M , K и P . Найдите углы треугольника ABC , если углы треугольника MKP равны 38° , 78° и 64° .
37. В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .
38. Окружность проходит через вершины A и C треугольника ABC и пересекает его стороны AB и BC в точках K и E соответственно. Отрезки AE и CK перпендикулярны. Найдите $\angle ABC$, если $\angle KCB = 20^\circ$.
39. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен 8, катет BC равен 15. Найдите радиус окружности, которая проходит через концы гипотенузы треугольника и касается прямой BC .
40. Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 9 и 11 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{11}}{6}$.
41. На стороне AB треугольника ABC взята точка D так, что окружность, проходящая через точки A , C и D , касается прямой BC . Найдите AD , если $AC = 12$, $BC = 18$ и $CD = 8$.
42. На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 27$, $MD = 18$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .
43. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны соответственно 49 и 21, а сумма углов при основании AD равна 90° . Найдите радиус окружности, проходящей через точки A и B и касающейся прямой CD , если $AB = 20$.
44. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $17 : 15$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 16$.