

## Листок 7. Движения

14 ноября 2021

9 "В" класс

- 1] Взяли пять натуральных чисел и для каждого двух записали их сумму. Могло ли оказаться, что все десять получившихся сумм оканчиваются разными цифрами?
- 2] Докажите, что движение переводит
  - a] любую прямую в прямую,
  - b] любой угол в равный угол.
- 3] Докажите что следующие преобразования являются движениями:
  - a] параллельный перенос,
  - b] поворот,
  - c] симметрия.
- 4] Докажите, что при параллельном переносе любой вектор  $\overrightarrow{AB}$  переходит в равный вектор  $\overrightarrow{A'B'}$ , а любая прямая переходит в параллельную прямую.
- 5] Докажите, что если прямая  $a$  при повороте на угол  $\varphi$  переходит в прямую  $a'$ , то один из углов между  $a$  и  $a'$  равен  $\varphi$  при  $0 \leq \varphi < \pi$  и  $\varphi - \pi$  при  $\pi \leq \varphi < 2\pi$ .
- 6] Докажите, что центральная симметрия переводит любую прямую в параллельную.
- 7] Даны две окружности и отрезок  $MN$ . Постройте параллелограмм  $ABCD$ , вершины  $A$  и  $B$  которого лежат на одной окружности, вершины  $C$  и  $D$  на другой,  $BC = MN$ ,  $BC \parallel MN$ .
- 8] Дан угол и точка  $O$  внутри него. Проведите через  $O$  прямую так, чтобы отрезок, отсекаемый на ней сторонами угла делился точкой  $O$  пополам.
- 9] На сторонах  $AC$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  построены вне его квадраты  $ACMN$  и  $BCPQ$ . Докажите, что медиана  $CK$  треугольника  $MCP$  перпендикулярна отрезку  $AB$  и вдвое его короче.
- 10] При каких  $N$  в клетки полоски  $1 \times N$  можно вписать по разу все числа от 1 до  $N$  так, чтобы при любом разрезании полоски на две части одна из сумм чисел в этих частях делилась бы на другую?
- 11] Дана прямая  $l$  и точки  $A, B$ , лежащие по одну сторону от нее. Для какой точки  $C$  на  $l$  сумма расстояний  $AC + BC$  минимальна?
- 12] В круге проведена ломаная, делящая его площадь пополам. Докажите, что ее длина не меньше диаметра круга.