

Листок 3. Графы — Эйлерав путь и деревья

16 сентября 2021

9 "В" класс

1 (олимп) Вот несколько венгерских существительных: **nyirfa, körte, almak, körtefa, nyirfak, alma, almafa**. А вот **все** их переводы на русский язык (в перепутанном порядке): *берёза, груша, яблоня, яблоко, берёзы, яблоки*. Установите правильные переводы и объясните, почему вы так думаете.

2 (письм) Можно ли из куска проволоки длиной
a 120 см, **b** 140 см,
не ломая ее, сделать каркас куба с ребром 10 см?

3 (база) **a** Пешеход обошел все улицы одного города, пройдя каждую улицу ровно два раза, но не смог обойти их, пройдя каждую лишь раз. Могло ли такое быть?
b Докажите, что Москву можно обойти, пройдя по каждой улице ровно 2 раза.

4 (продв) Турист, который приехал в Минск на поезде, весь день гулял по городу. Поужинав на площади Бангалор, он решил вернуться на вокзал, следуя только по тем улицам, которые уже проходил нечетное число раз. Докажите, что такое возвращение возможно.

5 (обяз) В пруд выпустили 40 щук. Щука сыта, если она съела 2 других. Какое максимальное число щук может насытиться? Сытые съеденные щуки тоже считаются.

6 (база) В квартире у Насти есть 8 розеток, 21 тройник и неограниченное количество утюгов. Какое наибольшее количество утюгов Настя может включить одновременно?

7 (продв) В стране Графляндия жили 100 рыцарей, 101 дракон и 99 принцесс. Рыцари убивали драконов, драконы ели принцесс, а принцессы изводили до смерти рыцарей. Древнее заклятие запрещало убивать того, кто погубил нечетное число жителей. В конце концов остался один житель. Кто это?

8 (продв) Докажите, что в круговом турнире без ничьих либо существует цикл, включающий всех участников, либо можно разбить участников на две группы так, что любой игрок из первой группы победил любого из второй.

9 (олимп) В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AC и AB соответственно. На медиане BM выбрана точка P , не лежащая на CN . Оказалось, что $PC = 2PN$. Докажите, что $AP = BC$.

10 (письм) В парке девять озер. Каждое озеро соединено с другими озерами не менее чем тремя каналами. Какое наименьшее количество каналов может быть в парке?

11 (письм) У князя Гвидона было 3 сына. Среди его потомков 93 имели по 2 сына и ни одной дочери, а остальные умерли бездетными. Сколько всего потомков было у Гвидона?

12 (база) Петя пошел с папой в тир. Они договорились, что Петя делает 5 выстрелов и за каждое попадание получает право еще на 2 выстрела. Всего Петя сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

13 (обяз) В стране Графляндия из каждого города выходит ровно 100 дорог. Из каждого города можно попасть в любой другой город. Одну дорогу размыло дождем. Докажите, что и теперь из любого города можно добраться до любого другого.

14 (продв) Несколько авиакомпаний решили связать авиалиниями 100 городов так, чтобы выполнялось два условия:

a любые два города были соединены беспересадочной линией не более чем одной авиакомпания;

b любая авиакомпания, пользуясь своими линиями, могла бы доставить пассажира из любого города в любой другой (возможно, с пересадками).

При каком наибольшем числе авиакомпаний это осуществимо?

15 (олимп) Шахматная доска раскрашена 10 красками так, что клетки, имеющие общую сторону, окрашены в разные цвета, причем все 10 красок использованы. Две краски называются соседними, если существуют окрашенные ими соседние клетки, т.е. клетки, имеющие общую сторону. Чему равно наименьшее число пар соседних красок?

16 (олимп) *Магараджей* называется шахматная фигура которая может бить и как ферзь, и как конь. Можно ли расположить на шахматной доске 8 магараджей так, что бы они не били друг друга?

17 В стране Графляндия ровно сто городов. Какое минимальное количество дорог надо построить, чтобы из каждого города можно было добраться до другого?

18 Имеется 1000 ящиков, в некоторых из них еще 1000, в некоторых из последних снова 1000 ящиков. Сколько всего ящиков, если заполненных 500?

19 В стране Графляндия из любого города в любой можно попасть, двигаясь по дорогам (возможно, через другие города). Докажите, что можно превратить один из городов в военную базу (закрыв проезд через него) так, что из любого из оставшихся городов по-прежнему можно будет проехать в любой другой.