

## Листок 11. Разнобой

9 класс “В”

11 декабря 2021 г.

### Ряд Фарея

Напишем в ряд две дроби:  $\frac{0}{1}$  и  $\frac{1}{1}$ . Затем напишем между ними дробь, числитель которой равен сумме их числителей, а знаменатель — сумме знаменателей. Получим ряд

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{1}$$

Применим к этому ряду ту же операцию: между каждыми двумя дробями напишем дробь, числитель которой равен сумме их числителей, а знаменатель — сумме знаменателей. Получим ряд

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{1}$$

Повторяя ту же операцию, будем получать ряды, которые называются *рядами Фарея*.

- 1 Докажите, что в ряду Фарея дроби идут в порядке возрастания.
- 2 Докажите, что в ряду Фарея все дроби несократимы.
- 3 Докажите, что любая правильная несократимая дробь будет когда-то написана.
- 4 Докажите, что если  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$  — две соседние дроби в ряду Фарея, то  $bc - ad = 1$ .

### Геометрия

- 5 Найти геометрическое место середин хорд окружности, проходящих через данную точку  $A$ .
- 6 Дан угол и точка внутри него. Построить окружность, вписанную в угол и проходящую через данную точку.
- 7 Даны две концентрические окружности. Провести через данную точку большей окружности хорду, делящуюся меньшей окружностью на три равные части.
- 8 В данный треугольник вписать квадрат, т. е. найти две точки на основании и по одной на боковых сторонах, являющиеся вершинами квадрата.
- 9 Постройте треугольник по трем медианам.
- 10 Постройте треугольник по трем высотам.

## Листок 11. Разнобой

9 класс “В”

11 декабря 2021 г.

### Ряд Фарея

Напишем в ряд две дроби:  $\frac{0}{1}$  и  $\frac{1}{1}$ . Затем напишем между ними дробь, числитель которой равен сумме их числителей, а знаменатель — сумме знаменателей. Получим ряд

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{1}$$

Применим к этому ряду ту же операцию: между каждыми двумя дробями напишем дробь, числитель которой равен сумме их числителей, а знаменатель — сумме знаменателей. Получим ряд

$$\frac{0}{1} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{1}$$

Повторяя ту же операцию, будем получать ряды, которые называются *рядами Фарея*.

- 1 Докажите, что в ряду Фарея дроби идут в порядке возрастания.
- 2 Докажите, что в ряду Фарея все дроби несократимы.
- 3 Докажите, что любая правильная несократимая дробь будет когда-то написана.
- 4 Докажите, что если  $\frac{a}{b}$  и  $\frac{c}{d}$  — две соседние дроби в ряду Фарея, то  $bc - ad = 1$ .

### Геометрия

- 5 Найти геометрическое место середин хорд окружности, проходящих через данную точку  $A$ .
- 6 Дан угол и точка внутри него. Построить окружность, вписанную в угол и проходящую через данную точку.
- 7 Даны две концентрические окружности. Провести через данную точку большей окружности хорду, делящуюся меньшей окружностью на три равные части.
- 8 В данный треугольник вписать квадрат, т. е. найти две точки на основании и по одной на боковых сторонах, являющиеся вершинами квадрата.
- 9 Постройте треугольник по трем медианам.
- 10 Постройте треугольник по трем высотам.