

Листок 8. Движения–2

21 ноября 2021

9 “В” класс

- 1** Первый член последовательности равен 1. Чтобы получить каждый следующий член последовательности, перемножают все предыдущие и прибавляют 4. Докажите, что все члены этой последовательности, кроме одного — точные квадраты.
- 2** В треугольнике ABC , все углы которого меньше $\frac{2\pi}{3}$, найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин треугольника минимальна.
- 3** Докажите, что среди всех четырехугольников с заданными диагоналями и углом между ними наименьший периметр имеет параллелограмм.
- 4** На сторонах BC , CA , AB данного остроугольного треугольника ABC найдите такие точки A' , B' , C' , чтобы периметр треугольника $A'B'C'$ был наименьшим.
- 5** Натуральное число называется *хорошим*, если оно является произведением различных простых чисел и при этом делится на каждое из этих простых чисел, уменьшенное на единицу. Найдите все хорошие числа.
- 6** (**Лемма о двух гвоздях.**) Докажите, что для любых двух пар точек A , B и A' , B' , таких что $AB = A'B' > 0$, существуют ровно два движения, переводящие A в A' , а B в B' , одно из которых сохраняет ориентацию, а другое меняет.
- 7** Даны два равных треугольника ABC и $A'B'C'$. Докажите, что существует ровно одно движение, переводящее первый треугольник во второй.
- 8** Докажите, что каждое движение можно представить как композицию не более, чем трех симметрий.
- 9** Найдите композицию симметрий относительно прямых a и b , пересекающихся в точке O .
- 10** Найдите композицию симметрий относительно двух параллельных прямых.
- 11** Найдите остатки от деления:
а) 19^{10} на 66; б) 19^{14} на 70; в) 17^9 на 48; г) $14^{14^{14}}$ на 100.
- 12** Вершины дерева правильно закрашены в синий и зелёный цвета, причем все листья — зелёные. Докажите, что зелёных вершин больше, чем синих.

Листок 8. Движения–2

21 ноября 2021

9 “В” класс

- 1] Первый член последовательности равен 1. Чтобы получить каждый следующий член последовательности, перемножают все предыдущие и прибавляют 4. Докажите, что все члены этой последовательности, кроме одного — точные квадраты.
- 2] В треугольнике ABC , все углы которого меньше $\frac{2\pi}{3}$, найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин треугольника минимальна.
- 3] Докажите, что среди всех четырехугольников с заданными диагоналями и углом между ними наименьший периметр имеет параллелограмм.
- 4] На сторонах BC , CA , AB данного остроугольного треугольника ABC найдите такие точки A' , B' , C' , чтобы периметр треугольника $A'B'C'$ был наименьшим.
- 5] Натуральное число называется *хорошим*, если оно является произведением различных простых чисел и при этом делится на каждое из этих простых чисел, уменьшенное на единицу. Найдите все хорошие числа.
- 6] (**Лемма о двух гвоздях.**) Докажите, что для любых двух пар точек A, B и A', B' , таких что $AB = A'B' > 0$, существуют ровно два движения, переводящие A в A' , а B в B' , одно из которых сохраняет ориентацию, а другое меняет.
- 7] Даны два равных треугольника ABC и $A'B'C'$. Докажите, что существует ровно одно движение, переводящее первый треугольник во второй.
- 8] Докажите, что каждое движение можно представить как композицию не более, чем трех симметрий.
- 9] Найдите композицию симметрий относительно прямых a и b , пересекающихся в точке O .
- 10] Найдите композицию симметрий относительно двух параллельных прямых.
- 11] Найдите остатки от деления:
а) 19^{10} на 66; б) 19^{14} на 70; в) 17^9 на 48; г) $14^{14^{14}}$ на 100.
- 12] Вершины дерева правильно покрашены в синий и зелёный цвета, причем все листья — зелёные. Докажите, что зелёных вершин больше, чем синих.