

Планарность

Спецкурс 9 класс. Гимназия 1543.

1 Вдоль границ клеток шахматной доски положили спички. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы ладья могла пройти с любого поля на любое, не переходя через спички?

2 Нарисуйте на плоскости без пересечений а K_4 ; б $K_{2,n}$.

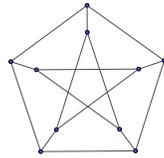
в Придумайте планарный граф с 10 вершинами, степени которых не меньше 4.

3^v Докажите **формулу Эйлера**: в связном плоском графе $v - e + f = 2$, где v, e, f — количество вершин, ребер и граней соответственно.

Указание. Выясните, как меняются v, e, f при удалении одного ребра.

4 В стране 7 озер, соединенных между собой 11 непересекающимися каналами, причем от любого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в стране островов, образованных озерами и каналами?

5 Докажите что следующие графы не планарны, не используя теорему Куратовского или Вагнера: а $K_{3,3}$; б K_5 ; в граф Петерсена.



6 Докажите, что в планарных графе:

а $2e \geq 3f$; б если $v \geq 3$, то $e \leq 3v - 6$;

в существует вершина, степень которой не больше 5.

7 Докажите, что у любого выпуклого многогранника найдутся две грани с одинаковым числом сторон.

8[★] На окружности поставили n точек и соединили каждые две из них хордой. На сколько частей эти хорды разрезали круг, если никакие три из них не пересекаются в одной точке?

9 Дан многогранник у которого все грани являются правильными пяти- или шестиугольниками. Сколько может быть пятиугольных граней?

10 а Сколько существует правильных многогранников?

б Сколько существует правильных планарных графов (граф называется правильным если степени всех вершин одинаковы и у всех граней одинаковое число сторон)?

11 Планарно изобразите на торе (поверхности бублика) следующие графы:

а $K_{3,3}$; б K_5 ; в[★] K_7 .

Указание. Тор удобно представлять как квадрат со склеенными противоположными сторонами.

12[★] Докажите теорему о пяти красках

Планарность

Спецкурс 9 класс. Гимназия 1543.

1 Вдоль границ клеток шахматной доски положили спички. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы ладья могла пройти с любого поля на любое, не переходя через спички?

2 Нарисуйте на плоскости без пересечений а K_4 ; б $K_{2,n}$.

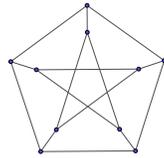
в Придумайте планарный граф с 10 вершинами, степени которых не меньше 4.

3^v Докажите **формулу Эйлера**: в связном плоском графе $v - e + f = 2$, где v, e, f — количество вершин, ребер и граней соответственно.

Указание. Выясните, как меняются v, e, f при удалении одного ребра.

4 В стране 7 озер, соединенных между собой 11 непересекающимися каналами, причем от любого озера можно доплыть до любого другого. Сколько в стране островов, образованных озерами и каналами?

5 Докажите что следующие графы не планарны, не используя теорему Куратовского или Вагнера: а $K_{3,3}$; б K_5 ; в граф Петерсена.



6 Докажите, что в планарных графе:

а $2e \geq 3f$; б если $v \geq 3$, то $e \leq 3v - 6$;

в существует вершина, степень которой не больше 5.

7 Докажите, что у любого выпуклого многогранника найдутся две грани с одинаковым числом сторон.

8[★] На окружности поставили n точек и соединили каждые две из них хордой. На сколько частей эти хорды разрезали круг, если никакие три из них не пересекаются в одной точке?

9 Дан многогранник у которого все грани являются правильными пяти- или шестиугольниками. Сколько может быть пятиугольных граней?

10 а Сколько существует правильных многогранников?

б Сколько существует правильных планарных графов (граф называется правильным если степени всех вершин одинаковы и у всех граней одинаковое число сторон)?

11 Планарно изобразите на торе (поверхности бублика) следующие графы:

а $K_{3,3}$; б K_5 ; в[★] K_7 .

Указание. Тор удобно представлять как квадрат со склеенными противоположными сторонами.

12[★] Докажите теорему о пяти красках