

Листок 3 Эйлеровость

9 "В" класс

Определение. Напомним, что **эйлеровым циклом** (**эйлеровым путём**) называется цикл (цепь), содержащий все ребра графа по одному разу.

1^v В графе одна из вершин имеет нечётную степень. Докажите, что в графе не существует эйлерова цикла.

2 Можно ли из куска проволоки длиной **a** 120 см, **b** 140 см, не ломая ее, сделать каркас куба с ребром 10 см?

Определение. Теорема Эйлера. В связном графе существует эйлеров цикл тогда и только тогда, когда в нем нет нечетных вершин. В связном графе существует эйлеров путь тогда и только тогда, когда в нем ровно две нечетные вершины.

3^v Докажите теорему эйлера.

4 На плоскости дано 100 окружностей, составляющих связную (то есть не распадающуюся на части) фигуру. Докажите, что эту фигуру можно нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя дважды одну и ту же линию.

5 Докажите, что любой связный граф можно нарисовать не отрывая карандаша от бумаги, так, чтобы каждое ребро было бы проведено ровно два раза.

6 Посёлок построен в виде квадрата 3 квартала на 3 квартала (кварталы — квадраты со стороной 1, всего 9 кварталов). Какой наименьший путь должен пройти асфальтоукладчик, чтобы заасфальтировать все улицы, если он начинает и заканчивает свой путь в левом верхнем углу? (Стороны квадрата — тоже улицы).

7★ Докажите, что можно расставить по кругу несколько нулей и единиц так, чтобы среди различных дуг длины 10, прочитанных по часовой стрелке, каждая последовательность из 10 нулей и единиц встречалась ровно один раз.

Например, при расстановке 0011 каждая из двоичных строк (00, 01, 10, 11) встречается ровно один раз

Аналогичная расстановка для строк длины 3: 00111010

Листок 3 Эйлеровость

9 "В" класс

Определение. Напомним, что **эйлеровым циклом** (**эйлеровым путём**) называется цикл (цепь), содержащий все ребра графа по одному разу.

1^v В графе одна из вершин имеет нечётную степень. Докажите, что в графе не существует эйлера цикла.

2 Можно ли из куска проволоки длиной **a** 120 см, **b** 140 см, не ломая ее, сделать каркас куба с ребром 10 см?

Определение. Теорема Эйлера. В связном графе существует эйлеров цикл тогда и только тогда, когда в нем нет нечетных вершин. В связном графе существует эйлеров путь тогда и только тогда, когда в нем ровно две нечетные вершины.

3^v Докажите теорему эйлера.

4 На плоскости дано 100 окружностей, составляющих связную (то есть не распадающуюся на части) фигуру. Докажите, что эту фигуру можно нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя дважды одну и ту же линию.

5 Докажите, что любой связный граф можно нарисовать не отрывая карандаша от бумаги, так, чтобы каждое ребро было бы проведено ровно два раза.

6 Посёлок построен в виде квадрата 3 квартала на 3 квартала (кварталы — квадраты со стороной 1, всего 9 кварталов). Какой наименьший путь должен пройти асфальтоукладчик, чтобы заасфальтировать все улицы, если он начинает и заканчивает свой путь в левом верхнем углу? (Стороны квадрата — тоже улицы).

7★ Докажите, что можно расставить по кругу несколько нулей и единиц так, чтобы среди различных дуг длины 10, прочитанных по часовой стрелке, каждая последовательность из 10 нулей и единиц встречалась ровно один раз.

Например, при расстановке 0011 каждая из двоичных строк (00, 01, 10, 11) встречается ровно один раз

Аналогичная расстановка для строк длины 3: 00111010