

# Теория по графам.

12 сентября 2019

9 "В" класс

Графом называется конечное множество точек, из которых некоторые соединены между собой линиями. Точки называются **вершинами** графа, а соединяющие их линии его **ребрами**.

Степенью вершины называется суммарное число всех исходящих из неё рёбер.

Граф называется **ориентированным** (или **орграфом**), если на каждом его ребре указано (стрелкой) некоторое направление.

Лемма о рукопожатиях. В любом графе число вершин нечетной степени четно.

Цепью называется последовательность вершин  $a_1, \dots, a_n$  и ребер  $(a_1, a_2)$ ,  $(a_2, a_3), \dots, (a_{n-1}, a_n)$  графа (эти ребра можно вычертить одно за другим, не отрывая карандаша и не проходя какое-либо ребро дважды (в орграфе можно двигаться только в направлении стрелок)). Если цепь замкнута, т.е. конечная вершина совпадает с начальной, то цепь называется **циклом**. Количество ребер, входящих в цикл, называется его **длиной**.

Неориентированный граф называется **связным**, если для любых его двух вершин существует соединяющий их путь из ребер. В неориентированном графе число ребер, выходящих из данной вершины, называется ее **степенью**.

Граф называется **эйлеровым**, если существует соединяющий путь, проходящий по каждому из его ребер ровно один раз.

Деревом называется связный граф, не содержащий циклов.

Граф называется **плоским** (или **планарным**), если его можно расположить на плоскости так, чтобы его ребра пересекались только в вершинах. Области, на которые плоский граф разбивает плоскость называются его **гранями**.

Многогранник называется **правильным**, если все его грани являются правильными  $n$ -угольниками и из каждой вершины исходит одинаковое число ребер.

Рассмотрим плоский граф  $\Gamma$ . Построим граф  $\Gamma^*$  по следующему правилу. Внутри каждой грани исходного графа выделим по одной вершине нового графа. Если две грани графа  $\Gamma$  имеют общее ребро, то соответствующие им новые вершины соединим ребром нового графа. Ясно, что ребра можно провести так, чтобы они не пересекались. Поэтому граф  $\Gamma^*$  плоский. Построенный граф называется **двойственным** к графу  $\Gamma$ .

# Теория по графам.

12 сентября 2019

9 "В" класс

Графом называется конечное множество точек, из которых некоторые соединены между собой линиями. Точки называются **вершинами** графа, а соединяющие их линии его **ребрами**.

Степенью вершины называется суммарное число всех исходящих из неё рёбер.

Граф называется **ориентированным** (или **орграфом**), если на каждом его ребре указано (стрелкой) некоторое направление.

**Лемма о рукопожатиях.** В любом графе число вершин нечетной степени чётно.

Цепью называется последовательность вершин  $a_1, \dots, a_n$  и рёбер  $(a_1, a_2)$ ,  $(a_2, a_3), \dots, (a_{n-1}, a_n)$  графа (эти рёбра можно вычертить одно за другим, не отрывая карандаша и не проходя какое-либо ребро дважды (в орграфе можно двигаться только в направлении стрелок)). Если цепь замкнута, т.е. конечная вершина совпадает с начальной, то цепь называется **циклом**. Количество рёбер, входящих в цикл, называется его **длиной**.

Неориентированный граф называется **связным**, если для любых его двух вершин существует соединяющий их путь из рёбер. В неориентированном графе число рёбер, выходящих из данной вершины, называется её **степенью**.

Граф называется **эйлеровым**, если существует соединяющий путь, проходящий по каждому из его рёбер ровно один раз.

Деревом называется связный граф, не содержащий циклов.

Граф называется **плоским** (или **планарным**), если его можно расположить на плоскости так, чтобы его рёбра пересекались только в вершинах. Области, на которые плоский граф разбивает плоскость называются его **гранями**.

Многогранник называется **правильным**, если все его грани являются правильными  $n$ -угольниками и из каждой вершины исходит одинаковое число рёбер.

Рассмотрим плоский граф  $\Gamma$ . Построим граф  $\Gamma^*$  по следующему правилу. Внутри каждой грани исходного графа выделим по одной вершине нового графа. Если две грани графа  $\Gamma$  имеют общее ребро, то соответствующие им новые вершины соединим ребром нового графа. Ясно, что рёбра можно провести так, чтобы они не пересекались. Поэтому граф  $\Gamma^*$  плоский. Построенный граф называется **двойственным** к графу  $\Gamma$ .