

Листок 1. Графы — знакомство

9 "В" класс

1 В неоконченном турнире по круговой системе участвуют 7 школьников. Известно, что Лиля сыграла 6 партий, Ксюша — 5, Саша и Глеб — по 3, Даня и Ваня — по две, Кирилл — одну. С кем сыграл Глеб?

2 Рассмотрим круговой турнир n участников без ничьих. Докажите, что можно занумеровать участников так, что 1-й выиграл у 2-го, 2-й у 3-го, ..., $(n - 1)$ -й у n -го.

3 Докажите, что, если в круговом турнире без ничьих есть цикл длины k , то найдутся $k - 2$ цикла длины 3.

4^v Докажите лемму о рукопожатиях.

5 В поселке 97 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы было 36 телефонов, каждый из которых соединен с тремя другими, 50 телефонов, каждый из которых соединен с шестью другими, и 11 телефонов, каждый из которых соединен с пятью другими?

6 В городе 25 универсамов. Из любых трех универсамов можно выбрать два, расстояние между которыми меньше одного километра. Докажите, что среди универсамов найдутся 13, лежащих в круге радиуса 1 км.

7 На шахматной доске стоит несколько черных и белых ладей, причем каждая ладья (как белая, так и черная) бьет больше белых, чем черных. Может ли черных ладей быть **a** столько же, сколько белых? **b** больше, чем белых?

8★ В графе 100 вершин, нет треугольников, степень каждой вершины больше 40. Доказать, что в этом графе нет циклов длины 5.

Листок 1. Графы — знакомство

9 "В" класс

1 В неоконченном турнире по круговой системе участвуют 7 школьников. Известно, что Лиля сыграла 6 партий, Ксюша — 5, Саша и Глеб — по 3, Даня и Ваня — по две, Кирилл — одну. С кем сыграл Глеб?

2 Рассмотрим круговой турнир n участников без ничьих. Докажите, что можно занумеровать участников так, что 1-й выиграл у 2-го, 2-й у 3-го, ..., $(n - 1)$ -й у n -го.

3 Докажите, что, если в круговом турнире без ничьих есть цикл длины k , то найдутся $k - 2$ цикла длины 3.

4^v Докажите лемму о рукопожатиях.

5 В поселке 97 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы было 36 телефонов, каждый из которых соединен с тремя другими, 50 телефонов, каждый из которых соединен с шестью другими, и 11 телефонов, каждый из которых соединен с пятью другими?

6 В городе 25 универсамов. Из любых трех универсамов можно выбрать два, расстояние между которыми меньше одного километра. Докажите, что среди универсамов найдутся 13, лежащих в круге радиуса 1 км.

7 На шахматной доске стоит несколько черных и белых ладей, причем каждая ладья (как белая, так и черная) бьет больше белых, чем черных. Может ли черных ладей быть **a** столько же, сколько белых? **b** больше, чем белых?

8★ В графе 100 вершин, нет треугольников, степень каждой вершины больше 40. Доказать, что в этом графе нет циклов длины 5.