

Подобия

9 "В" класс

1 Докажите, что подобия образуют группу.

2 Даны четыре точки A, B, A', B' . Докажите, что существуют ровно два подобия, переводящих A в A' , а B в B' .

3^v Докажите, что гомотетия является подобием.

4 а) Даны четыре точки A, B, A', B' . Прямые AA' и BB' пересекаются в точке P , а описанные окружности треугольников ABP и $A'B'P$ вторично пересекаются в точке Q . Докажите, что треугольники QAB и $QA'B'$ подобны.

б★) Докажите, что любое подобие, сохраняющее ориентацию, с коэффициентом k , отличным от 1, является композицией гомотетии с центром в некоторой точке O и коэффициентом k и поворотом вокруг O (такое преобразование называется **поворотной гомотетией** или **спиральным подобием**).

5 а) На отрезках AA' и BB' взяли точки P, Q соответственно так, что $AP : PA' = BQ : QB' = AB : A'B'$. Докажите, что прямая PQ образует равные углы с AB и $A'B'$.

б★) Докажите, что любое подобие с коэффициентом, не равным 1, меняющее ориентацию, можно представить в виде композиции гомотетии с центром в некоторой точке O и симметрии относительно прямой, проходящей через O .

6 Найдите композицию двух гомотетий с разными центрами.

7 На одной стороне листа начерчена карта Москвы, а на другой в более крупном масштабе карта центра. Можно ли проколоть лист так, чтобы на обеих сторонах точка прокола отображала одну и ту же точку города?

8^v Докажите, что в произвольном треугольнике ABC центр тяжести M , ортоцентр H и центр описанной окружности O лежат на одной прямой (прямая Эйлера), причем M расположена между O и H и $MH = 2 \cdot OM$.

9 Даны окружность и точки A, B на ней. Найдите геометрическое место центров тяжести треугольников ABC , где C — произвольная точка окружности.

10 Постройте треугольник

а) по трем медианам;

б) по трем высотам.

Подобия

9 "В" класс

1 Докажите, что подобия образуют группу.

2 Даны четыре точки A, B, A', B' . Докажите, что существуют ровно два подобия, переводящих A в A' , а B в B' .

3^v Докажите, что гомотетия является подобием.

4 а Даны четыре точки A, B, A', B' . Прямые AA' и BB' пересекаются в точке P , а описанные окружности треугольников ABP и $A'B'P$ вторично пересекаются в точке Q . Докажите, что треугольники QAB и $QA'B'$ подобны.

б★ Докажите, что любое подобие, сохраняющее ориентацию, с коэффициентом k , отличным от 1, является композицией гомотетии с центром в некоторой точке O и коэффициентом k и поворотом вокруг O (такое преобразование называется **поворотной гомотетией** или **спиральным подобием**).

5 а На отрезках AA' и BB' взяли точки P, Q соответственно так, что $AP : PA' = BQ : QB' = AB : A'B'$. Докажите, что прямая PQ образует равные углы с AB и $A'B'$.

б★ Докажите, что любое подобие с коэффициентом, не равным 1, меняющее ориентацию, можно представить в виде композиции гомотетии с центром в некоторой точке O и симметрии относительно прямой, проходящей через O .

6 Найдите композицию двух гомотетий с разными центрами.

7 На одной стороне листа начерчена карта Москвы, а на другой в более крупном масштабе карта центра. Можно ли проколоть лист так, чтобы на обеих сторонах точка прокола отображала одну и ту же точку города?

8^v Докажите, что в произвольном треугольнике ABC центр тяжести M , ортоцентр H и центр описанной окружности O лежат на одной прямой (прямая Эйлера), причем M расположена между O и H и $MH = 2 \cdot OM$.

9 Даны окружность и точки A, B на ней. Найдите геометрическое место центров тяжести треугольников ABC , где C — произвольная точка окружности.

10 Постройте треугольник

а по трем медианам;

б по трем высотам.