

Теорема Шаля

9 "В" класс

Основной целью этого листка является доказательство **теоремы Шаля**: любое движение является либо параллельным переносом, либо поворотом, либо симметрией, либо композицией симметрии и параллельного переноса на вектор параллельный оси симметрии (последний вид движения называется **скользящей симметрией**).

1^v **Лемма о двух гвоздях.** Докажите, что для любых двух пар точек A, B и A', B' , таких что $AB = A'B' > 0$, существуют ровно два движения, переводящие A в A' , а B в B' , одно из которых сохраняет ориентацию, а другое меняет.

2 Даны два равных треугольника ABC и $A'B'C'$. Докажите, что существует ровно одно движение, переводящее первый треугольник во второй.

3 Докажите, что каждое движение можно представить как композицию не более, чем трех симметрий.

4 Найдите композицию симметрий относительно прямых a и b , пересекающихся в точке O .

5 Найдите композицию симметрий относительно двух параллельных прямых.

6★ Докажите теорему Шаля.

7 Найдите композицию поворота на угол φ и параллельного переноса.

8 Найдите композицию двух поворотов с различными центрами.

9 От каждой стороны квадрата осталось по одной точке. Восстановите квадрат.

10 Постройте выпуклый пятиугольник по серединам его сторон.