

Движения

9 "В" класс

1 Докажите, что движение переводит

а) любую прямую в прямую. б) любой угол в равный угол.

2 Докажите что следующие преобразования являются движениями:

а) параллельный перенос. б) поворот. в) симметрия.

3^v а) Докажите, что при параллельном переносе любой вектор \vec{AB} переходит в равный вектор $\vec{A'B'}$, а любая прямая переходит в параллельную прямую. б) Докажите, что если прямая a при повороте на угол φ переходит в прямую a' , то один из углов между a и a' равен φ при $0 \leq \varphi < \pi$ и $\varphi - \pi$ при $\pi \leq \varphi < 2\pi$. в) Докажите, что центральная симметрия переводит любую прямую в параллельную.

4 Даны две окружности и отрезок MN . Постройте параллелограмм $ABCD$, вершины A и B которого лежат на одной окружности, вершины C и D на другой, $BC = MN$, $BC \parallel MN$.

5 Дан угол и точка O внутри него. Проведите через O прямую так, чтобы отрезок, высекаемый на ней сторонами угла делился точкой O пополам.

6 На сторонах AC и BC треугольника ABC построены вне его квадраты $ACMN$ и $BCPQ$. Докажите, что медиана CK треугольника MCP перпендикулярна отрезку AB и вдвое его короче.

7 Дана прямая l и точки A, B , лежащие по одну сторону от нее. Для какой точки C на l сумма расстояний $AC + BC$ минимальна?

8 В круге проведена ломаная, делящая его площадь пополам. Докажите, что ее длина не меньше диаметра круга.

9 В треугольнике ABC , все углы которого меньше $\frac{2\pi}{3}$, найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин треугольника минимальна.

10 Докажите, что среди всех четырехугольников с заданными диагоналями и углом между ними наименьший периметр имеет параллелограмм.

11 На сторонах BC, CA, AB данного остроугольного треугольника ABC найдите такие точки A', B', C' , чтобы периметр треугольника $A'B'C'$ был наименьшим.

Движения

9 "В" класс

1 Докажите, что движение переводит

а) любую прямую в прямую. б) любой угол в равный угол.

2 Докажите что следующие преобразования являются движениями:

а) параллельный перенос. б) поворот. в) симметрия.

3^v а) Докажите, что при параллельном переносе любой вектор \vec{AB} переходит в равный вектор $\vec{A'B'}$, а любая прямая переходит в параллельную прямую. б) Докажите, что если прямая a при повороте на угол φ переходит в прямую a' , то один из углов между a и a' равен φ при $0 \leq \varphi < \pi$ и $\varphi - \pi$ при $\pi \leq \varphi < 2\pi$. в) Докажите, что центральная симметрия переводит любую прямую в параллельную.

4 Даны две окружности и отрезок MN . Постройте параллелограмм $ABCD$, вершины A и B которого лежат на одной окружности, вершины C и D на другой, $BC = MN$, $BC \parallel MN$.

5 Дан угол и точка O внутри него. Проведите через O прямую так, чтобы отрезок, высекаемый на ней сторонами угла делился точкой O пополам.

6 На сторонах AC и BC треугольника ABC построены вне его квадраты $ACMN$ и $BCPQ$. Докажите, что медиана CK треугольника MCP перпендикулярна отрезку AB и вдвое его короче.

7 Дана прямая l и точки A, B , лежащие по одну сторону от нее. Для какой точки C на l сумма расстояний $AC + BC$ минимальна?

8 В круге проведена ломаная, делящая его площадь пополам. Докажите, что ее длина не меньше диаметра круга.

9 В треугольнике ABC , все углы которого меньше $\frac{2\pi}{3}$, найдите точку, сумма расстояний от которой до вершин треугольника минимальна.

10 Докажите, что среди всех четырехугольников с заданными диагоналями и углом между ними наименьший периметр имеет параллелограмм.

11 На сторонах BC, CA, AB данного остроугольного треугольника ABC найдите такие точки A', B', C' , чтобы периметр треугольника $A'B'C'$ был наименьшим.