8 «ВТ». Домашнее задание на 21 октября.

Напоминание. *Алгоритм Евклида* — это способ находить НОД a и b, основанный на том соображении, что, если a и b на что-то делятся, на это делится и $a-b$, и вообще остаток от деления a на b (вспомните, почему это так). На каждом шаге мы заменяем пару (a,b) (где $a>b$) на пару (b,r), где r — остаток от деления a на b, и действуем так, пока не получим пару $(r_n,0)$: именно r_n и будет НОДом a и b. Это можно записать так:

$a=bq_1+r_1$, $0<r_1<|b|$ (делим a на b с остатком)

$b=r_1q_2+r_2$, $0<r_2<r_1$ (делим b на r_1 с остатком)

$r_1=r_2q_3+r_3$, $0<r_3<r_2$ (делим r_1 на r_2 с остатком)

...

$r_{n-2}=r_{n-1}q_n+r_n$, $0<r_n<r_{n-1}$ (делим r_{n-2} на r_{n-1} с остатком)

$r_{n-1}=r_nq_{n+1}$ (r_{n-1} разделилось на r_n нацело, r_n и есть искомый НОД)

0 Убедитесь, что вам вполне внятен предыдущий текст. Можете попробовать объяснить алгоритм Евклида кому-нибудь, кто его не знает (если поймаете:).

1 Найдите с помощью алгоритма Евклида НОД

a 525, 231 b 1629, 729 c $\underbrace{11\ldots11}_{\text{35 единиц}}, \underbrace{11\ldots11}_{\text{20 единиц}}$ d $2^{32}+1$, $2^{16}+1$

2 Чему может быть равен НОД

a n, $n+6$ b $2n+3$, $7n+6$ c $21n-4$, $14n+3$?

3 Пусть $\frac{m}{n}$ — положительная несократимая дробь и известно, что дробь $\frac{4m+3n}{5m+2n}$ сократима. На какие натуральные числа она сократима?

4 Помните, у нас была задача про *числа Фибоначчи*? Это последовательность, в которой первые два числа — единицы, а каждое следующее — сумма двух предыдущих. Энтое число Фибоначчи обозначается F_n. Так, $F_1=F_2=1$, $F_3=2$, $F_4=3$, а $F_{n+2}=F_n+F_{n-1}$ для любого натурального n. Докажите, что НОД двух соседних чисел Фибоначчи равен 1.