

8 «ВТ». Спецкурс. Домашнее задание на 27 сентября.

1 На экране компьютера горит число. Каждую минуту компьютер считает разность между 11 и этим числом, умноженным на 2 (из большего вычитается меньшее), и выводит эту разность на экран вместо предыдущего числа. (Например, после 43 он выведет $43 \cdot 2 - 11 = 75$, а после 4 выведет $11 - 2 \cdot 4 = 3$.) Вначале на экране компьютера было число 10. Какое число там будет через 1543 минуты?

2 Докажите с помощью индукции, что

a $2^n > n$ при всех натуральных n

b $n! > 2^n$ при $n > 3$

3 Аня придумала шифр замены для гласных:

А	Е	Ё	И	О	У	Ы	Э	Ю	Я
О	Я	Ю	А	У	Э	И	Ы	Е	Ё

Её брат Сева написал программу, которая одновременно заменяет все гласные в тексте по этому алгоритму (например, из слова МАТЕМАТИКА делает МОТЯМОТАКО), и случайно пропустил через неё свою курсовую.

a Сколько ещё раз ему надо запустить программу, чтобы курсовая пришла в прежний вид, если известно, что в её тексте есть все гласные русского алфавита?

b «Это ещё ничего, — подумал Сева, — Аня могла придумать правило, при котором мне бы пришлось запустить программу . . . раз». Какое наибольшее число может стоять на месте многоточия? (В русском алфавите по-прежнему 10 гласных, каждая может на что-нибудь заменяться, в том числе на себя, но разные буквы должны заменяться на разные.)

4 У Пети есть футболки четырёх цветов: чёрные, синие, жёлтые и белые. Сколько у него способов одеваться в школу с понедельника по субботу, если Петя хочет хотя бы по одному разу надеть синюю и жёлтую футболки?

5 В последовательности чисел Фибоначчи первые два числа равны 1, а каждое следующее равно сумме двух предыдущих. Докажите, что в ней найдётся число, запись которого оканчивается на 00.