

8 «ВТ». Спецкурс. Занятие 3.
13 сентября 2022
Комбинаторика-1. Повторение.

Я складывал слова, как бы дрова:
пить, затопить, купить, камин, собака.
Вот так слова и поперёк слова.
Но почему ж так холодно однако?

Л. В Лосев

0 Вдоль бульвара стоит n фонарей.

а) Фонарщик Лёша по очереди зажигает какие-то 3 из них. Сколькими способами он может это сделать? А если Лёша хочет по очереди зажечь m фонарей?

б) У Лёши появился пульт, с помощью которого он может включить любое число фонарей одновременно. Сколькими способами он может зажечь 1 фонарь? А 2? А k ?

в) Сколько всего есть способов включить сколько-нибудь фонарей (возможно, 0)?

Напоминание.

Количество способов выбрать какие-то k элементов из n (его ещё называют *числом сочетаний*) обозначается как C_n^k (читается «цэ из эн по ка») и равно

$$\frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}$$

1 Вычислите:

а) C_7^0 б) C_{12}^1 в) C_{100}^{100} д) C_5^2 е) C_5^3 ф) C_{10}^6

2 Рота состоит из трёх офицеров, шести сержантов и 60 рядовых. Сколькими способами можно выделить из них отряд, состоящий из офицера, двух сержантов и 20 рядовых?

3 Аня решила 6 задач из листочка, а Максим — 8. Сколькими способами они могут обменяться тремя решёнными задачами? (Все задачи разные.)

4 На плоскости отмечено 10 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой.

а) Сколько можно провести различных прямых, каждая из которых проходит ровно через 2 отмеченные точки?

б) Сколько существует треугольников с вершинами в данных точках?

5 Сколько существует девятизначных чисел, состоящих из

а) 4 двоек и 5 единиц

б) 4 нулей и 5 единиц?

6 В 8 «ВТ» 8 человек.

а) Сколько существует способов выбрать 6 человек, которые сядут на первом ряду?

б) А если Полина и так села за первую парту?

в) А если нельзя одновременно посадить на первый ряд Федю и Петю?

д) Сколько есть способов рассадки (место важно) за первыми партами, если Петю и Федю всё-таки можно посадить на первый ряд, но не вместе?

7 В 8 «ВМ» 15 человек. Сколькими способами можно поделить их на 3 команды по 5 человек в каждой?

8 Имеется клетчатый прямоугольник $m \times n$, в левом нижнем углу которого стоит фишка. Разрешается двигать фишку по линиям сетки на одну клетку вверх или вправо. Сколькими способами она может добраться до правого верхнего угла?

9 Есть нитки 100 разных цветов и 23 ребёнка. Вожатый хочет раздать каждому по 3 цвета для фенечки так, чтобы никаким двум детям не досталось одинакового набора (но один цвет может входить в несколько наборов; порядок цветов не важен). Сколько есть способов это сделать?

10 Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100?$$

8 Имеется клетчатый прямоугольник $m \times n$, в левом нижнем углу которого стоит фишка. Разрешается двигать фишку по линиям сетки на одну клетку вверх или вправо. Сколькими способами она может добраться до правого верхнего угла?

9 Есть нитки 100 разных цветов и 23 ребёнка. Вожатый хочет раздать каждому по 3 цвета для фенечки так, чтобы никаким двум детям не досталось одинакового набора (но один цвет может входить в несколько наборов; порядок цветов не важен). Сколько есть способов это сделать?

10 Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100?$$

8 Имеется клетчатый прямоугольник $m \times n$, в левом нижнем углу которого стоит фишка. Разрешается двигать фишку по линиям сетки на одну клетку вверх или вправо. Сколькими способами она может добраться до правого верхнего угла?

9 Есть нитки 100 разных цветов и 23 ребёнка. Вожатый хочет раздать каждому по 3 цвета для фенечки так, чтобы никаким двум детям не досталось одинакового набора (но один цвет может входить в несколько наборов; порядок цветов не важен). Сколько есть способов это сделать?

10 Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100?$$

8 Имеется клетчатый прямоугольник $m \times n$, в левом нижнем углу которого стоит фишка. Разрешается двигать фишку по линиям сетки на одну клетку вверх или вправо. Сколькими способами она может добраться до правого верхнего угла?

9 Есть нитки 100 разных цветов и 23 ребёнка. Вожатый хочет раздать каждому по 3 цвета для фенечки так, чтобы никаким двум детям не досталось одинакового набора (но один цвет может входить в несколько наборов; порядок цветов не важен). Сколько есть способов это сделать?

10 Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 100?$$