

8 «ВТ». Задание на 10 марта.

1 Какие из сравнений эквивалентны тому, что целое a делится на натуральное m ?

- a $a \equiv 1 \pmod{m}$; b $a \equiv m \pmod{1}$; c $m \equiv 1 \pmod{a}$; d $m \equiv 0 \pmod{a}$;
 e $a \equiv 0 \pmod{m}$; f $a \equiv m \pmod{m}$; g $a \equiv a \pmod{m}$.

2 Найдите a $5^7 \pmod{13}$; b $3^{1000} \pmod{7}$; c $9^{123} \pmod{11}$; d $3^{100} \pmod{28}$.

3 Найдите a три последние цифры; b шесть последних цифр числа $1^{999} + 2^{999} + \dots + 999999^{999}$.

4 Найдите все остатки, которые может давать $n^7 - n$ при делении на 42.

5 У Лены есть двенадцать карточек с числами от 1 до 12. Она хочет взять как можно больше из них так, чтобы их произведение давало остаток 9 при делении на 13. Сколько чисел Лена возьмёт?

6 Учитель построил детей в колонну по 4, но при этом Федя остался лишним. Тогда учитель построил их в колонну по 5. И снова Федя остался лишним. Когда же и в колонне по 6 Федя оказался лишним, учитель посулил ему дополнительную домашку, после чего в колонне по 7 Федя нашел себе место и никого лишнего не осталось. Какое наименьшее число ребят могло быть в группе?

7 a Существует ли такое n , кратное 4, что $n + 4$ кратно 9, а $n + 9$ кратно 25?

b Докажите, что найдутся 100 последовательных чисел, каждое из которых не является степенью (выше первой) натурального числа.