

8 «ВТ». Спецкурс. Занятие 2.

7 сентября 2022

Индукция-2. Конструкции.

Докажем, что в автобус помещается любое количество народу. В самом деле, один человек помещается без труда (базис индукции); с другой стороны, как бы ни был набит автобус, уж один-то человек в него всегда влезет (шаг индукции).

1 Придумайте:

- a 3 различных числа, каждое из которых делит сумму остальных
- b то же, что в (a), но все 3 числа > 100
- c 4 различных числа, каждое из которых делит сумму остальных
- d 10 различных чисел, каждое из которых делит сумму остальных

2 Дан прямоугольник. На каждом шаге от него отрезают квадрат со стороной, равной меньшей стороне прямоугольника, до тех пор, пока оставшаяся часть не станет квадратом.

Нарисуйте прямоугольник, для которого алгоритм закончит работу

- a после первого разрезания
- b после второго разрезания
- c после четвёртого разрезания
- d как в (c), но при этом все отрезанные квадраты должны быть разного размера.

Как построить прямоугольник, от которого по нашему алгоритму можно отрезать 100 квадратов разного размера?

3 У Ани есть неограниченное число трёх- и пятикопеечных монет. Докажите, что она может заплатить ими любую сумму начиная с 8 копеек.

4 Представьте число 1 в виде суммы

- a трёх
- b четырёх
- c десяти различных дробей с числителем 1.

5 Вредный Максим записал на доске ряд из крестиков и ноликов. Семёну разрешается заменить первый символ (крестик на нолик или наоборот) или заменить символ, стоящий после первого крестика в ряду. Докажите, что, какую бы последовательность ни написал вредный Максим, Семён может получить из неё любую нужную ему, если всего на доске

- a 2
- b 5
- c 100 символов.