

Программа зачёта по спецкурсу в 8 «ВТ».

В зачёте не будет теории, только задачи и упражнения, похожие на то, что мы решали в течение полугодия (но принимающий имеет право спросить вас, например, как работает алгоритм Евклида, которым вы пользуетесь). Поэтому рекомендую проглядеть листки и вспомнить следующее:

1. Метод математической индукции и задачи на постепенное конструирование.
2. Комбинаторика: расстановки, числа сочетаний, треугольник Паскаля.
3. Делимость и остатки, модульная арифметика, решение сравнений.
4. Алгоритм Евклида и обратный, диофантовы уравнения, основная теорема арифметики.
5. Теория множеств (основные операции, отношения \in и \subset).

Теория вероятностей отдельным пунктом в этот зачёт не выносится, но может попасться среди комбинаторных задач.

Примеры задач:

1 На сколько частей делят плоскость n прямых, среди которых нет параллельных и никакие три из которых не пересекаются в одной точке?

2 В 8 «ВМ» 15 человек. Сколькими способами можно поделить их на 3 команды по 5 человек в каждой?

3 Докажите, что число \overline{abc} даёт тот же остаток от деления на 7, что и $2a + 3b + c$.

4 Докажите, что уравнение $x^2 = ny^2$ не имеет натуральных решений, если n не квадрат натурального числа.

5 Можно ли записать пересечение двух множеств, используя только разность и объединение?

Примеры упражнений:

1 Представьте число 1 в виде суммы десяти различных дробей с числителем 1.

2 Найдите $30^{99} + 61^{99} \pmod{31}$.

3 Найдите с помощью алгоритма Евклида $(1969, 330)$.

4 Решите в целых числах уравнение $3x + 5y = 1$.

5 Докажите, что для произвольных множеств A, B, C $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.