

21 октября 2022
Основная теорема арифметики.

То, что принято без доказательств,
может быть отвергнуто без доказательств.

Евклид

Соотношение Безу. Если $(a,b) = 1$, то $\exists x, y: ax + by = 1$.

Лемма Евклида. Если p простое и $ab:p$, то $a:p$ или $b:p$.

Основная теорема арифметики. Любое натуральное число, большее единицы, раскладывается в произведение простых множителей единственным (с точностью до порядка следования множителей) образом.

1 При каком наименьшем натуральном n $n!$ делится на 2600000?

2 Натуральное число n назовём *хорошим*, если после приписывания его справа к любому натуральному n получается число, делящееся на n . Запишите все хорошие числа, меньшие 100.

3 Сколько разных натуральных делителей у чисел

a 43 **b** 15 **c** 30 **d** 32 **e** 64 **f** 360 **g** 645?

4 У числа n сто делителей. Найдите их произведение. (Ответ выразите через n .)

5 Может ли у числа быть нечётное число делителей? Если да, при каком условии?

6 Сколько разных натуральных делителей у чисел

a 2^n **b** 10^n **c** $p_1^{n_1} \cdot p_2^{n_2} \cdot \dots \cdot p_k^{n_k}$, где $p_1 \dots p_k$ — различные простые числа?

7 Существует ли натуральное число, которое при умножении на 2 станет квадратом, при умножении на 3 — кубом, а при умножении на 5 — пятой степенью?

8 Докажите, что уравнение $x^2 = ny^2$ не имеет натуральных решений, если n не квадрат натурального числа.