

8 «ВТ», домашнее задание на 29 марта.

1 В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$ . Чему равны углы треугольника  $A_1B_1C_1$ , если  $\angle A = 110^\circ$ ,  $\angle B = 40^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ ?

2 На окружности отмечены точки  $A$  и  $B$ . Перпендикуляр  $BH$ , проведённый к касательной в точке  $A$ , вторично пересекает окружность в точке  $C$ .  $\angle ABH = 20^\circ$ . Найдите  $\angle ACB$ .

3 Окружности  $\Omega$  и  $\omega$  касаются внутренним образом в точке  $T$ , из которой проведён диаметр  $TR$ . Диаметр  $NS$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $A$ , а прямая  $TA$  пересекает  $\Omega$  в точке  $M$ .  $\widehat{MR} = 42^\circ$ . Чему равна дуга  $NM$ ?

4 На уроке мы доказали, что расстояние от вершины до ортоцентра вдвое больше перпендикуляра из центра описанной окружности к противоположной стороне. Вспомнив это, решите следующую задачу. В треугольнике  $ABC$   $H$  — ортоцентр,  $O$  — центр описанной окружности. Докажите, что  $AH^2 + BC^2 = 4CO^2$ .

5 В окружность вписан треугольник  $ABC$ . Хорда  $AA_1$  перпендикулярна  $BC$ , хорда  $BB_1$  перпендикулярна  $AC$ , хорда  $CC_1$  перпендикулярна  $AB$ . Докажите, что  $A_1A$ ,  $B_1B$  и  $C_1C$  — биссектрисы углов треугольника  $A_1B_1C_1$ .

6 (Лемма о трилистнике.) Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  пересекает его описанную окружность в точке  $D$ .  $I$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Докажите, что  $DI = DB = DC$ .

7 (На всякий случай перевод: *conyclic* — коциклические, т. е. лежащие на одной окружности; *to intersect* — пересекаться, *to extend* — продлить.  $P$  и  $Q$  — центры окружностей.)

