

8 «ВТ», домашнее задание на 29 марта.

1 В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 , CC_1 . Чему равны углы треугольника $A_1B_1C_1$, если $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 30^\circ$?

2 На окружности отмечены точки A и B . Перпендикуляр BH , проведённый к касательной в точке A , вторично пересекает окружность в точке C . $\angle ABH = 20^\circ$. Найдите $\angle ACB$.

3 Окружности Ω и ω касаются внутренним образом в точке T , из которой проведён диаметр TR . Диаметр NS окружности Ω касается ω в точке A , а прямая TA пересекает Ω в точке M . $\widehat{MR} = 42^\circ$. Чему равна дуга NM ?

4 На уроке мы доказали, что расстояние от вершины до ортоцентра вдвое больше перпендикуляра из центра описанной окружности к противоположной стороне. Вспомнив это, решите следующую задачу. В треугольнике ABC H — ортоцентр, O — центр описанной окружности. Докажите, что $AH^2 + BC^2 = 4CO^2$.

5 В окружность вписан треугольник ABC . Хорда AA_1 перпендикулярна BC , хорда BB_1 перпендикулярна AC , хорда CC_1 перпендикулярна AB . Докажите, что A_1A , B_1B и C_1C — биссектрисы углов треугольника $A_1B_1C_1$.

6 (Лемма о трилистнике.) Биссектриса угла A треугольника ABC пересекает его описанную окружность в точке D . I — центр вписанной окружности треугольника ABC . Докажите, что $DI = DB = DC$.

7 (На всякий случай перевод: *conyclic* — коциклические, т. е. лежащие на одной окружности; *to intersect* — пересекаться, *to extend* — продлить. P и Q — центры окружностей.)

