

8 «ВТ», домашнее задание на 18 января.

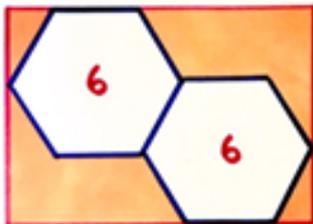
1 Найдите высоту и угол между диагоналями трапеции, если длины её оснований равны 5 и 15, а длины диагоналей — 12 и 16.

2 Катеты прямоугольного треугольника равны  $a$  и  $b$ , его гипотенуза равна  $c$ , а высота, проведённая к гипотенузе, равна  $h$ . Докажите, что треугольник со сторонами  $a + b$ ,  $h$  и  $c + h$  тоже прямоугольный.

3 В треугольнике  $ABC$   $\angle A = 120^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $AC = 3$ . Найдите  $BC$ .

4 Существует ли прямоугольный треугольник, длины сторон  $a$ ,  $b$ ,  $c$  которого удовлетворяют соотношению  $a^2 + b^2 = 5c^2$ ? Если да, чему в таком треугольнике может равняться  $(\frac{a}{c})^2$ ?

5 Белые шестиугольники — правильные. Найдите площадь оранжевой части.



6 Вне прямой  $AB$  выбрана произвольная точка  $C$ . Из неё опущен перпендикуляр на прямую, пересекающий её в точке  $C_1$  (напомню, эта точка называется *проекцией* точки  $C$  на прямую  $AB$ ).

a Докажите, что  $AC^2 - BC^2 = AC_1^2 - BC_1^2$ .

b Докажите обратное утверждение: если для точки  $C$  вне прямой и точки  $C_1$  на прямой имеет место равенство  $AC^2 - BC^2 = AC_1^2 - BC_1^2$ , то  $C_1$  — проекция  $C$  на  $AB$ .

c Даны точки  $A$  и  $B$ . Как выглядит ГМТ, для которых постоянна разность  $Ax^2 - Bx^2$ ?