

8 «ВТ», домашнее задание на 10 декабря.

1 В треугольнике ABC на сторонах AB и AC выбраны точки C_1 и B_1 , причём $AC_1 = 3C_1B$, $CB_1 = 2B_1A$. Прямые B_1C_1 и BC пересекаются в точке A_1 . Найдите отношение $BC : BA_1$.

2 В треугольнике ABC на сторонах AB и AC выбраны точки C_1 и B_1 , причём $AC_1 : C_1B = CB_1 : B_1A = 1 : 3$. Прямые B_1C_1 и BC пересекаются в точке A_1 . Найдите отношение $BA_1 : A_1C$.

3 В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна a . Расстояние между основаниями биссектрис треугольника, проведённых к боковым сторонам, равно b . Найдите основание треугольника.

4 В треугольнике ABC чевианы AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в точке P .

а Известно, что $AC_1 : C_1B = 2 : 1$, $AB_1 : B_1C = 1 : 3$. Найдите отношение $AP : PA_1$.

б Докажите, что в такой конструкции независимо от выбора точки P верно равенство $AP : PA_1 = AC_1 : C_1B + AB_1 : B_1C$ (этот факт называется теоремой Ван-Обеля, в честь фламандского математика XIX века).

5 В треугольнике ABC с $\angle ABC = 120^\circ$ проведена биссектриса BL . Докажите, что

$$\frac{1}{BA} + \frac{1}{BC} = \frac{1}{BL}$$