

8В, спецкурс, занятие 15
22 декабря 2023
Вероятностный разнобой

0 Двое по очереди кидают честный игральный кубик. Выигрывает тот, у кого первым выпадет 6. Найдите вероятность победы каждого из игроков.

1 Перед Атосом стоят шесть бокалов вина, которые он осушает один за другим. В четыре бокала Миледи подсыпала яд. Атос умрёт, если выпьет два отравленных бокала. Он уже выпил два бокала и пока жив. Каковы его шансы выжить, если он выпьет ещё один бокал?

2 Трое друзей решают жребием, кто идет за соком. У них есть одна монета. Как им устроить честный жребий так, чтобы все имели равные шансы сбегать?

3 Три товарища по очереди кидают кривую монетку, на которой решка выпадает с вероятностью $0,75$. Побеждает тот, у кого первым выпал орел. Найдите вероятность победы каждого из них.

4 Нарисовали квадрат $ABCD$ и провели в нем диагональ AC . Мышка бежит по нарисованным линиям, в каждой вершине с равной вероятностью выбирая, куда ей бежать дальше (в том числе, она может побежать назад). В вершине C неподвижно сидит кошка, которая съест мышку, если та прибежит к ней. В вершине D находится норка мышки, а сама мышка начинает в вершине A . С какой вероятностью мышка доберется до норки невредимой?

Указание: Введите переменные p_A и p_B — вероятности добраться до норки из A и B соответственно, — а затем составьте с ними систему уравнений.

5 A , B и C проводят тройную дуэль. A попадает в цель с вероятностью $0,3$, B — с вероятностью $0,5$, а C стреляет без промаха. Первым стреляет A , вторым B , и так далее по кругу, пока лишь один человек не останется цел. Стрелки B и C каждый раз стреляют в более опасного из оставшихся противников. Какой из трех стратегий должен следовать стрелок A :

- 1) вначале стрелять в B ;
- 2) вначале стрелять в C ;
- 3) вначале стрелять в воздух?

С какой вероятностью A выживет, если последует этой стратегии?

6 Вася и Петя играют в следующую игру. Они много раз подряд кидают честную монету. Если в двух последовательных бросках выпадет OP (в таком порядке), то игра заканчивается и выигрывает Вася, а если PP , то игра заканчивается и выигрывает Петя. Найдите вероятности побед каждого из них.

7 (Парадокс Монти-Холла) Вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трёх дверей. За одной из дверей находится автомобиль, за двумя другими дверями — козы. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится автомобиль, а где — козы, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой находится коза. После этого он спрашивает вас, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2? Увеличатся ли ваши шансы выиграть автомобиль, если вы примете предложение ведущего и измените свой выбор?

8 В ящике лежат красные и синие носки. Гриша вытаскивает два случайных носка. Вероятность того, что оба эти носка будут красными, равна ровно 0,5.

а Какое наименьшее число носков может быть в ящике у Гриши?

б★ Какое наименьшее число носков может быть в ящике у Гриши, если число синих носков в нем четно?

9★ Двое мудрецов участвуют в следующем мероприятии. Их сажают в соседние комнаты и дают каждому по две честные монеты: Первую и Вторую. Каждый мудрец кидает свои монеты один раз, после чего пишет на бумажке какой-то номер (1 или 2). Затем мудрецы обмениваются бумажками и каждый из них смотрит, что выпало у него на монете с тем номером, который написан на полученной им бумажке. Если у обоих выпало одно и то же, то мудрецы побеждают, а если разное — то проигрывают. Могут ли мудрецы договориться о такой стратегии, чтобы выигрывать больше чем в половине случаев?

8В, спецкурс, занятие 15
22 декабря 2023
Вероятностный разнобой

0 Двое по очереди кидают честный игральный кубик. Выигрывает тот, у кого первым выпадет 6. Найдите вероятность победы каждого из игроков.

1 Перед Атосом стоят шесть бокалов вина, которые он осушает один за другим. В четыре бокала Миледи подсыпала яд. Атос умрёт, если выпьет два отравленных бокала. Он уже выпил два бокала и пока жив. Каковы его шансы выжить, если он выпьет ещё один бокал?

2 Трое друзей решают жребием, кто идет за соком. У них есть одна монета. Как им устроить честный жребий так, чтобы все имели равные шансы сбегать?

3 Три товарища по очереди кидают кривую монетку, на которой решка выпадает с вероятностью $0,75$. Побеждает тот, у кого первым выпал орел. Найдите вероятность победы каждого из них.

4 Нарисовали квадрат $ABCD$ и провели в нем диагональ AC . Мышка бежит по нарисованным линиям, в каждой вершине с равной вероятностью выбирая, куда ей бежать дальше (в том числе, она может побежать назад). В вершине C неподвижно сидит кошка, которая съест мышку, если та прибежит к ней. В вершине D находится норка мышки, а сама мышка начинает в вершине A . С какой вероятностью мышка доберется до норки невредимой?

Указание: Введите переменные p_A и p_B — вероятности добраться до норки из A и B соответственно, — а затем составьте с ними систему уравнений.

5 A , B и C проводят тройную дуэль. A попадает в цель с вероятностью $0,3$, B — с вероятностью $0,5$, а C стреляет без промаха. Первым стреляет A , вторым B , и так далее по кругу, пока лишь один человек не останется цел. Стрелки B и C каждый раз стреляют в более опасного из оставшихся противников. Какой из трех стратегий должен следовать стрелок A :

- 1) вначале стрелять в B ;
- 2) вначале стрелять в C ;
- 3) вначале стрелять в воздух?

С какой вероятностью A выживет, если последует этой стратегии?

6 Вася и Петя играют в следующую игру. Они много раз подряд кидают честную монету. Если в двух последовательных бросках выпадет OP (в таком порядке), то игра заканчивается и выигрывает Вася, а если PP , то игра заканчивается и выигрывает Петя. Найдите вероятности побед каждого из них.

7 (Парадокс Монти-Холла) Вы стали участником игры, в которой вам нужно выбрать одну из трёх дверей. За одной из дверей находится автомобиль, за двумя другими дверями — козы. Вы выбираете одну из дверей, например, номер 1, после этого ведущий, который знает, где находится автомобиль, а где — козы, открывает одну из оставшихся дверей, например, номер 3, за которой находится коза. После этого он спрашивает вас, не желаете ли вы изменить свой выбор и выбрать дверь номер 2? Увеличатся ли ваши шансы выиграть автомобиль, если вы примете предложение ведущего и измените свой выбор?

8 В ящике лежат красные и синие носки. Гриша вытаскивает два случайных носка. Вероятность того, что оба эти носка будут красными, равна ровно 0,5.

а Какое наименьшее число носков может быть в ящике у Гриши?

б★ Какое наименьшее число носков может быть в ящике у Гриши, если число синих носков в нем четно?

9★ Двое мудрецов участвуют в следующем мероприятии. Их сажают в соседние комнаты и дают каждому по две честные монеты: Первую и Вторую. Каждый мудрец кидает свои монеты один раз, после чего пишет на бумажке какой-то номер (1 или 2). Затем мудрецы обмениваются бумажками и каждый из них смотрит, что выпало у него на монете с тем номером, который написан на полученной им бумажке. Если у обоих выпало одно и то же, то мудрецы побеждают, а если разное — то проигрывают. Могут ли мудрецы договориться о такой стратегии, чтобы выигрывать больше чем в половине случаев?