

8 математический класс 1543. Алгебра.
19/20 сентября 2023

1 **а** Разложите $x^{10} - 1$ на четыре множителя.

б Разложите $x^{12} - 1$ на пять множителей.

2 Разложите на множители $a^3 + 4a^2 + 6a + 3$;

3 Используя теорему Безу, разложите на множители.

а $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$;

б $xy(x + y) + yz(y - z) - xz(x + z)$;

с $2xy(2y - x) - 2yz(2y - z) + xz(x - z)$;

4 Какое число нужно подставить вместо k , чтобы многочлен $x^3 + y^3 + z^3 + kxyz$ делился на $x + y + z$?

5 **а** Найдите наибольшее значение выражения $4xy + 2y + 7 - x^2 - 5y^2$. При каких значениях переменных оно достигается?

б Докажите, что значение выражения $2x^2 - 6xy + 10y^2 - 4x + 2y + 8$ всегда строго больше 3.

6 Известно, что $a + b + c = 0$. Докажите, что $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3 = 0$.

7 Известно, что $a = b + 1$. Упростите выражение

$$(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})$$

8* Найдите остаток от деления $x^{42} + x^{35} + x^{28} + x^{21} + x^{14} + x^7 + 1$ на $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

8 математический класс 1543. Алгебра.
19/20 сентября 2023

1 **а** Разложите $x^{10} - 1$ на четыре множителя.

б Разложите $x^{12} - 1$ на пять множителей.

2 Разложите на множители $a^3 + 4a^2 + 6a + 3$;

3 Используя теорему Безу, разложите на множители.

а $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$;

б $xy(x + y) + yz(y - z) - xz(x + z)$;

с $2xy(2y - x) - 2yz(2y - z) + xz(x - z)$;

4 Какое число нужно подставить вместо k , чтобы многочлен $x^3 + y^3 + z^3 + kxyz$ делился на $x + y + z$?

5 **а** Найдите наибольшее значение выражения $4xy + 2y + 7 - x^2 - 5y^2$. При каких значениях переменных оно достигается?

б Докажите, что значение выражения $2x^2 - 6xy + 10y^2 - 4x + 2y + 8$ всегда строго больше 3.

6 Известно, что $a + b + c = 0$. Докажите, что $a^3 + a^2c - abc + b^2c + b^3 = 0$.

7 Известно, что $a = b + 1$. Упростите выражение

$$(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8)(a^{16} + b^{16})$$

8* Найдите остаток от деления $x^{42} + x^{35} + x^{28} + x^{21} + x^{14} + x^7 + 1$ на $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.

Домашнее задание. 19/20 сентября → 22 сентября

1 Разложите на множители $(x - y)(x^2 + y^2) + (y - z)(y^2 + z^2) + (z - x)(z^2 + x^2)$.

2 Докажите, что значение выражения $2x^2 - 2xy + 2y^2 + 4x + 6y + 15$ всегда строго больше 2.

3 Мы прошли несколько новых способов раскладывать многочлен на множители:

- Прибавить и отнять какой-то квадрат, а затем воспользоваться формулой разности квадратов. (Например, $x^4 + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$.)
- Использование формул сокращенного умножения $a^n - b^n = \dots$ и $a^{2n+1} + b^{2n+1} = \dots$
- Использование теоремы Безу. Угадываем корень a многочлена и делим этот многочлен на скобку $(x - a)$.
- Использование теоремы Безу для нескольких переменных. Если многочлен обнуляется при подстановке $x = y$ то в разложении этого многочлена есть скобка $(x - y)$. А если он обнуляется при подстановке $y = -2z$, то в разложении есть скобка $(y + 2z)$, и т.д.

Придумайте примеры на разложение многочленов, которые решаются этими способами, минимум по одному многочлену на каждый способ. Оставьте после каждого примера место, куда я смогу вписать разложение (самим писать его не надо, дайте мне возможность порешать самостоятельно).

Домашнее задание. 19/20 сентября → 22 сентября

1 Разложите на множители $(x - y)(x^2 + y^2) + (y - z)(y^2 + z^2) + (z - x)(z^2 + x^2)$.

2 Докажите, что значение выражения $2x^2 - 2xy + 2y^2 + 4x + 6y + 15$ всегда строго больше 2.

3 Мы прошли несколько новых способов раскладывать многочлен на множители:

- Прибавить и отнять какой-то квадрат, а затем воспользоваться формулой разности квадратов. (Например, $x^4 + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$.)
- Использование формул сокращенного умножения $a^n - b^n = \dots$ и $a^{2n+1} + b^{2n+1} = \dots$
- Использование теоремы Безу. Угадываем корень a многочлена и делим этот многочлен на скобку $(x - a)$.
- Использование теоремы Безу для нескольких переменных. Если многочлен обнуляется при подстановке $x = y$ то в разложении этого многочлена есть скобка $(x - y)$. А если он обнуляется при подстановке $y = -2z$, то в разложении есть скобка $(y + 2z)$, и т.д.

Придумайте примеры на разложение многочленов, которые решаются этими способами, минимум по одному многочлену на каждый способ. Оставьте после каждого примера место, куда я смогу вписать разложение (самим писать его не надо, дайте мне возможность порешать самостоятельно).