

8 математический класс 1543. Алгебра.
15 сентября 2023

На прошлом уроке мы раскладывали $x^n - 1$ и $x^{2n+1} + 1$ на множители. Получившиеся формулы являются частными случаями еще двух формул сокращенного умножения:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$$

- 1** Разложите на множители **a** $128x^7 - y^{77}$; **b** $x^5 - x^3 - y^3 + y^5$.

Теорема (Безу+). При делении многочлена $P(x)$ с остатком на $(x - a)$, в остатке получится число $P(a)$:

$$P(x) = (x - a)Q(x) + P(a).$$

- 2** Найдите остаток от деления $11x^{11} + 9x^9 + 7x^7 + 5x^5 + 3x^3 + x$ на $x + 1$.

3 Многочлен $P(x)$ дает остаток 1 при делении на $x - 2$ и остаток 2 при делении на $x - 1$. Какой остаток дает этот многочлен при делении на $x^2 - 3x + 2$?

Подсказка: при делении на многочлен второй степени в остатке получается многочлен первой степени. Поэтому $P(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$. А как теперь найти a и b ?

- 4** Найдите остаток от деления $x^{2023} + 3x + 2$ на $x^2 - 1$.

- 5*** **a** Разложите $x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$ на множители.

b Докажите, что при любом n многочлен $x^{4n} + x^{4n-2} + x^{4n-4} + \dots + x^4 + x^2 + 1$ раскладывается на множители.

8 математический класс 1543. Алгебра.
15 сентября 2023

На прошлом уроке мы раскладывали $x^n - 1$ и $x^{2n+1} + 1$ на множители. Получившиеся формулы являются частными случаями еще двух формул сокращенного умножения:

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$$

- 1** Разложите на множители **a** $128x^7 - y^{77}$; **b** $x^5 - x^3 - y^3 + y^5$.

Теорема (Безу+). При делении многочлена $P(x)$ с остатком на $(x - a)$, в остатке получится число $P(a)$:

$$P(x) = (x - a)Q(x) + P(a).$$

- 2** Найдите остаток от деления $11x^{11} + 9x^9 + 7x^7 + 5x^5 + 3x^3 + x$ на $x + 1$.

3 Многочлен $P(x)$ дает остаток 1 при делении на $x - 2$ и остаток 2 при делении на $x - 1$. Какой остаток дает этот многочлен при делении на $x^2 - 3x + 2$?

Подсказка: при делении на многочлен второй степени в остатке получается многочлен первой степени. Поэтому $P(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$. А как теперь найти a и b ?

- 4** Найдите остаток от деления $x^{2023} + 3x + 2$ на $x^2 - 1$.

- 5*** **a** Разложите $x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$ на множители.

b Докажите, что при любом n многочлен $x^{4n} + x^{4n-2} + x^{4n-4} + \dots + x^4 + x^2 + 1$ раскладывается на множители.

Домашнее задание. 15 сентября → 18 сентября

- 1 Разделите в столбик с остатком $4x^5 + 8x^4 - 25x^3 - 10x^2 + 8x + 11$ на $2x^2 - 3x - 1$
- 2 Разложите на множители: а) $32a^5 + 8a^3 + b^{10} + b^6$; б) $x^3 - 2x^2 - 2x - 3$;
- 3 Найдите остаток от деления $x^{1543} + 2x^{1542} + 3x + 4$ а) на $x - 1$; б) на $x + 2$; с) на $x^2 + x - 2$.
- 4 Найдите значение выражения $x^6 + 3x^2y^2 + y^6$, если $x^2 + y^2 = 1$.

Домашнее задание. 15 сентября → 18 сентября

- 1 Разделите в столбик с остатком $4x^5 + 8x^4 - 25x^3 - 10x^2 + 8x + 11$ на $2x^2 - 3x - 1$
- 2 Разложите на множители: а) $32a^5 + 8a^3 + b^{10} + b^6$; б) $x^3 - 2x^2 - 2x - 3$;
- 3 Найдите остаток от деления $x^{1543} + 2x^{1542} + 3x + 4$ а) на $x - 1$; б) на $x + 2$; с) на $x^2 + x - 2$.
- 4 Найдите значение выражения $x^6 + 3x^2y^2 + y^6$, если $x^2 + y^2 = 1$.