# 8 математический класс 1543. Алгебра. 20/21 февраля 2024.

**1** Решите неравенства, пользуясь геометрическим смыслом модуля (кто сделал этот номер в понедельник – пропускает его).

a $|x| < 1$; b $|x+3| \le 1$; c $|x+2| \ge 5$;
d $|x+1| + |x-2| > 5$; e $|x+1| + |x-2| \le 3$; f $|x-4| < |x-9|$; g $|x-4| - |x-9| \ge 11$.

В общем случае, неравенства с модулями так же, как и уравнения, решаются разбором случаев. Иногда этот перебор можно упростить.

$$|f(x)| \le a \Leftrightarrow \begin{array}{r} -a \le f(x) \le a \text{ при } a \ge 0 \\ \text{нет решений при } a < 0 \end{array} \qquad |f(x)| \ge a \Leftrightarrow \begin{array}{r} \left[\begin{array}{l} f(x) \ge a \\ f(x) \le -a \end{array}\right. \text{ при } a \ge 0 \\ f(x) \text{ определено при } a < 0 \end{array}$$

На самом деле, проверять знак $a$ не обязательно, но без этого легко запутаться. Можно доказать такие же утверждения и для случая, когда правая часть неравенства зависит от $x$.

$$|f(x)| \le g(x) \Leftrightarrow -g(x) \le f(x) \le g(x) \qquad |f(x)| \ge g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) \ge g(x) \\ f(x) \le -g(x) \end{array}\right.$$

**2** Решите неравенства:

a $|3-2x| < 7$; b $|3x-4| \ge 11$ c $|2x^2-5x+3| \le 0$; d $|3x^2-8x-3| > 0$;
e $||x-4|-2| < 3$; f $||3x-4|-5| \ge 1$; g $|2x+5| < x+4$; h $|4x-8| \ge x-1$;
i $|x+2| - |x-3| \ge 2x-1$.

**3** Решите системы:

a $\begin{cases} |x-3| < 5 \\ |x-2| \ge 1 \end{cases}$ b $\begin{cases} 3-2x < 2-x \\ -6 \ge -3x \\ 3x-2 \ge 5x-9 \\ |x-4| < 1 \end{cases}$ c $\begin{cases} 2x-1 > x+2 \\ \dfrac{x}{2} - 3 < \dfrac{x-1}{3} \\ |x-3| + |x-16| < 15 \end{cases}$ d $\begin{cases} 2\left(\dfrac{x}{3}+1\right) \le 1+x \\ |x-9| + |x-10| > x-2. \end{cases}$

**4** Постройте график функции:

a $y = |2x-4| + |x+1| - x - 6$; b $y = \dfrac{|x+2|}{x+2}(3-x)$; c $y = \dfrac{|x+1|}{x+1}x + \dfrac{1-x}{|x-1|}$.

**5*** Какое максимальное конечное количество решений может иметь уравнение

$$|x-a_1| + |x-a_2| + \dots + |x-a_{50}| = |x-b_1| + |x-b_2| + \dots + |x-b_{50}|,$$

где $a_1, \dots, a_{50}, b_1, \dots, b_{50}$ – различные числа?

## Домашнее задание. 20/21 февраля → 26 февраля

**1** Используя геометрический смысл модуля, решите неравенства:

a $3 \le |x-1| < 5$; b $|x+2| \ge |x-7|$; c $|x+3| + |x+5| < 2$; d $|x-4| - |x-10| \le 2$.

**2** Решите:

a $||x+3| - 2x| = 15 - 2x$; b $|x^2+2x-4| = 1-2x$;

c $|x-3| - |2x+7| > 4x$; d $\begin{cases} 3x-2 < x+6 \\ 3-2x > \dfrac{x}{2} - 4 \\ |x-7| + |x-9| < 15 \end{cases}$.

**3** Постройте график $y = 4x - |x+2| + 3\dfrac{|x-1|}{1-x}$.