

8 математический класс 1543. Алгебра. 13/14 февраля 2024.

Модуль раскрывается следующим образом:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

В общем случае, для решения уравнений с модулями необходимо разобрать все возможные случаи, как может раскрываться каждый из модулей, и решить получившиеся системы уравнений и неравенств.

$$|x-2| + 2|x+1| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -1 \\ -(x-2) - 2(x+1) = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} -1 \leq x < 2 \\ -(x-2) + 2(x+1) = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq 2 \\ (x-2) + 2(x+1) = 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} -1 \leq x < 2 \\ x = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq 2 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left\{ -\frac{5}{3}, 1 \right\}$$

В некоторых случаях эти системы можно упростить:

$$|f(x)| = a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \\ f(x) = -a \end{cases} \text{ при } a \geq 0$$

нет решений при $a < 0$

$$|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \quad |f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

1 Решите уравнения с модулями:

- a** $|1 - 3x| = 7$; **b** $|2x - 11| = \sqrt{17} - \sqrt{5} - 2$; **c** $|x + 3| = |2x^2 + x - 5|$;
d $|x - 1| = 4x - 3$; **e** $|x^2 + x - 3| = x$; **f** $x^2 - 4x \cdot \frac{|x - \pi|}{x - \pi} + 2 = 0$;
g $|x - 2| + |x - 4| = 3$; **h** $|5x - 2| - |7x - 3| + 2x = 1$; **i** $\frac{|x - 2|}{|x - 1| - 1} = 1$.

2* Решите уравнение

$$|x| + |x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 99| = 2500.$$