

## 8 математический класс 1543. Алгебра. 23/24 января 2024.

Свойства неравенств:

- a Если  $a > b$  и  $b > c$ , то  $a > c$ .
- b Если  $a > b$ , то  $a + c > b + c$  для любого  $c$ .
- c Если  $a > b$ , то  $ac > bc$  для  $c > 0$  и  $ac < bc$  для  $c < 0$ .
- d Если  $a > b$  и  $c > d$ , то  $a + c > b + d$  и  $a - d > b - c$ .
- e Если  $a > b > 0$  и  $c > d > 0$ , то  $ac > bd$ .
- f Если  $a > b > 0$ , то  $a^n > b^n$  для любого натурального  $n$ . Для нечетного  $n$  условие  $b > 0$  не обязательно.
- g Если  $a^n > b^n$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ , то  $a > b$ . Для нечетного  $n$  положительность  $a$  и  $b$  необязательна.

**1** Известно, что  $-2 < a < 4$ . Оцените

- a  $3a - 1$ ;
- b  $2 - 0,5a$ ;
- c  $a^2$ ;
- d  $a^3$ ;
- e  $\frac{2}{a}$  (при  $a \neq 0$ );
- f  $a^2 - 2a$ .

**2** Известно, что  $-5 < a < 10$  и  $-5 < b < -2$ . Оцените

- a  $a + b$ ;
- b  $a - 2b$ ;
- c  $a(b + 1)$ ;
- d  $\frac{a + 3}{b}$ ;

**3** Оцените значение выражения  $m^2 - \frac{4}{n}$ , если  $-3 \leq m \leq -0,5$  и  $1,6 \leq n \leq 2$ .

**4** Сравните  $a$  и  $b$ , если  a  $\frac{2a}{b} > 3$  и  $b > 0$ ;  b  $\frac{4b}{a} < 3$  и  $a < 0$ ;

**5** Известно, что  $b > 0$  и  $a > b$ . Обязательно ли выполняются неравенства:

- a  $a^2 + a > b^2 + b$ ;
- b  $a^2 - a > b^2 - b$ ;
- c  $2 - a^2 < 2 - b^2$ ;
- d  $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$ ?

**6** Докажите, что при любых значениях переменных выполняются неравенства. Выделение полных квадратов и разложение на множители вам в помощь.

- a  $a^2 + 9b^2 \geq 6ab$ ;
- b  $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b + c)$ ;
- c  $a^4 + b^4 \geq a^3b + b^3a$ ;
- d  $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$

**7** При условии  $x > 0$  найдите наименьшее значение выражения

- a  $x + \frac{1}{x}$ ;
- b  $x + \frac{4}{x}$ ;
- c  $\frac{(x - 20)(x - 5)}{2x}$ .

**8** В зале расставлены стулья в 13 рядов, причем на последний ряд не хватило нескольких стульев. Потом их переставили в 27 рядов, при этом в каждом ряду поставили на 7 стульев меньше, чем при первоначальной расстановке, и на последний ряд не хватило 3 стульев. Сколько всего было стульев?

**9\*** Имеется 25 кусков сыра разного веса. Всегда ли можно один из этих кусков разрезать на две части и разложить сыр в два пакета так, что части разрезанного куска окажутся в разных пакетах, веса пакетов будут одинаковы и число кусков в пакетах также будет одинаково?

### Домашнее задание. 23/24 января → 26 января

**1** Сравните  $\sqrt{5} - \sqrt{3}$  и  $\sqrt{17} - \sqrt{13}$

**2** Известно, что  $1 < a < 4$ ,  $-3 < b < 6$ . Оцените значения выражений:

- a  $a^2 - 10a + 15$ ;
- b  $\frac{1}{3a + 4}$ ;
- c  $(a - 3)(b - 1)$
- d  $\frac{b}{a - 5}$ .

**3** Известно, что значения выражений  $\frac{b}{a}$  и  $\frac{b}{c}$  находятся в интервале  $(-0,9; -0,8)$  (круглые скобки на концах интервала обозначают строгое неравенство). В каком интервале лежат значения выражения  $\frac{c}{a}$ ?

**4** Докажите неравенства

- a  $a^2 - 4a + 5 \geq 2|a - 2|$ ;
- b  $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$  при  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ .

**5** При каких значениях параметра  $a$  сумма корней уравнения  $x^2 + (a + 1)x + 2a + 4 = 0$  равна сумме квадратов его корней?