

8 математический класс 1543. Алгебра. 23/24 января 2024.

Свойства неравенств:

- а Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.
- б Если $a > b$, то $a + c > b + c$ для любого c .
- в Если $a > b$, то $ac > bc$ для $c > 0$ и $ac < bc$ для $c < 0$.
- г Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$ и $a - d > b - c$.
- е Если $a > b > 0$ и $c > d > 0$, то $ac > bd$.
- ф Если $a > b > 0$, то $a^n > b^n$ для любого натурального n . Для нечетного n условие $b > 0$ не обязательно.
- г Если $a^n > b^n$, $a > 0$, $b > 0$, то $a > b$. Для нечетного n положительность a и b необязательна.

1 Известно, что $-2 < a < 4$. Оцените

- а $3a - 1$;
- б $2 - 0,5a$;
- в a^2 ;
- г a^3 ;
- е $\frac{2}{a}$ (при $a \neq 0$);
- ф $a^2 - 2a$.

2 Известно, что $-5 < a < 10$ и $-5 < b < -2$. Оцените

- а $a + b$;
- б $a - 2b$;
- в $a(b + 1)$;
- г $\frac{a + 3}{b}$;

3 Оцените значение выражения $m^2 - \frac{4}{n}$, если $-3 \leq m \leq -0,5$ и $1,6 \leq n \leq 2$.

4 Сравните a и b , если а $\frac{2a}{b} > 3$ и $b > 0$; б $\frac{4b}{a} < 3$ и $a < 0$;

5 Известно, что $b > 0$ и $a > b$. Обязательно ли выполняются неравенства:

- а $a^2 + a > b^2 + b$;
- б $a^2 - a > b^2 - b$;
- в $2 - a^2 < 2 - b^2$;
- г $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$?

6 Докажите, что при любых значениях переменных выполняются неравенства. Выделение полных квадратов и разложение на множители вам в помощь.

- а $a^2 + 9b^2 \geq 6ab$;
- б $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b + c)$;
- в $a^4 + b^4 \geq a^3b + b^3a$;
- г $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$

7 При условии $x > 0$ найдите наименьшее значение выражения

- а $x + \frac{1}{x}$;
- б $x + \frac{4}{x}$;
- в $\frac{(x - 20)(x - 5)}{2x}$.

8 В зале расставлены стулья в 13 рядов, причем на последний ряд не хватило нескольких стульев. Потом их переставили в 27 рядов, при этом в каждом ряду поставили на 7 стульев меньше, чем при первоначальной расстановке, и на последний ряд не хватило 3 стульев. Сколько всего было стульев?

9* Имеется 25 кусков сыра разного веса. Всегда ли можно один из этих кусков разрезать на две части и разложить сыр в два пакета так, что части разрезанного куска окажутся в разных пакетах, веса пакетов будут одинаковы и число кусков в пакетах также будет одинаково?

Домашнее задание. 23/24 января → 26 января

1 Сравните $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ и $\sqrt{17} - \sqrt{13}$

2 Известно, что $1 < a < 4$, $-3 < b < 6$. Оцените значения выражений:

- а $a^2 - 10a + 15$;
- б $\frac{1}{3a + 4}$;
- в $(a - 3)(b - 1)$
- г $\frac{b}{a - 5}$.

3 Известно, что значения выражений $\frac{b}{a}$ и $\frac{b}{c}$ находятся в интервале $(-0,9; -0,8)$ (круглые скобки на концах интервала обозначают строгое неравенство). В каком интервале лежат значения выражения $\frac{c}{a}$?

4 Докажите неравенства

- а $a^2 - 4a + 5 \geq 2|a - 2|$;
- б $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$ при $a \geq 0$, $b \geq 0$.

5 При каких значениях параметра a сумма корней уравнения $x^2 + (a + 1)x + 2a + 4 = 0$ равна сумме квадратов его корней?