

8 математический класс 1543. Алгебра.
19/20 декабря 2023

Теорема (Виета). Если x_1, x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

Теорема (Обратная теореме Виета). Если числа x_1 и x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ и $x_1x_2 = \frac{c}{a}$, то они являются корнями уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

В приведенном уравнении $x^2 + bx + c = 0$ сумма корней равна $-b$, а произведение корней равно c .

1 Являются ли корнями уравнения

a $x^2 - 11x + 30 = 0$ числа 5 и 6?

b $s^2 + s - 56 = 0$ числа -7 и 8 ?

c $r^2 - 20r - 99 = 0$ числа 9 и 11?

d $y^2 - 8y + 13 = 0$ числа $4 + \sqrt{3}$ и $4 - \sqrt{3}$?

2 Решите уравнения устно:

a $x^2 - 6x + 8 = 0$; **b** $t^2 + 13t + 12 = 0$; **c** $a^2 - 5a - 24 = 0$;

d $3m^2 - 8m + 5 = 0$; **e** $463x^2 - 102x - 361 = 0$;

3 Составьте уравнение с целыми коэффициентами и корнями

a -5 и 2 ; **b** $-\frac{1}{4}$ и 3 ; **c** $3 - \sqrt{10}$ и $3 + \sqrt{10}$.

4 Число $-0,2$ является корнем уравнения $4x^2 - 5,6x + m = 0$. Найдите значение параметра m и второй корень уравнения.

5 Корни уравнения $x^2 + 20x + a = 0$ относятся как $7:3$. Найдите значение параметра a и корни уравнения.

6 Известно, что x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 5x - 16 = 0$. Не вычисляя их, найдите

a $4x_1x_2 - x_1 - x_2$; **b** $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$; **c** $x_1^2 + x_2^2$; **d** $|x_1 - x_2|$.

7 Составьте уравнение, корни которого на 3 больше корней уравнения $x^2 - 12x + 4 = 0$.

8 Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $4x^2 - 6x - 1 = 0$. Составьте квадратное уравнение, корнями которого являются числа: **a** $x_1x_2^2$ и $x_2x_1^2$ **b** $x_1 + \frac{1}{x_2}$ и $x_2 + \frac{1}{x_1}$.

9 При каких значениях p и q корни уравнения $x^2 + px + q = 0$ равны $2p$ и $\frac{q}{2}$?

10 При каких значениях параметра a отношение корней уравнения $3x^2 - (3a - 2)x + 3 - a = 0$ равно 3?

11* Пусть x_1 и x_2 — корни приведенного уравнения с целыми коэффициентами $x^2 + bx + c = 0$. Докажите, что значение $x_1^n + x_2^n$ является целым числом при любом натуральном n .

Домашнее задание. 19/20 декабря → 22 декабря

1 Составьте уравнение с целыми коэффициентами и корнями $\frac{7 - \sqrt{13}}{4}$ и $\frac{7 + \sqrt{13}}{4}$.

2 Один из корней уравнения $x^2 + 10x + c = 0$ на 8 меньше другого. Найдите значение параметра c и корни уравнения.

3 Пусть x_1 и x_2 — корни уравнения $x^2 + 7x + 5 = 0$. Не находя их, вычислите

a $x_1^3x_2 + x_1x_2^3$; **b** $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$.

4 Решите уравнения

a $\frac{2x + 7}{x^2 + 5x - 6} + \frac{3}{x^2 + 9x + 18} = \frac{1}{x + 3}$; **b** $\frac{x^2 + 4x + 1}{x^2 + 4x + 2} + \frac{x^2 + 4x + 2}{x^2 + 4x + 3} = \frac{7}{6}$.