

8ВМ, спецкурс, занятие 7

1 октября 2022

Защикливание назад

0 Анна Алексеевна приклеила на двери всех кабинетов школы записки с надписями: «Спецкурс 8ВМ в кабинете №...», а потом исчезла в неизвестном направлении. Катя внимательно изучила записки и обнаружила, что все они указывают на разные кабинеты. Миша пытается попасть на спецкурс, руководствуясь этими указаниями. Начал он у кабинета №7. Докажите, что рано или поздно он вернется к 7 кабинету.

Теорема (о защикливании назад). *Если система защикливается, и ее предыдущее состояние можно однозначно восстановить по последующему (фиксированному числу последующих), то она защикливается без предпериода.*

1 Кубик Рубика выведен из первоначального состояния некоторой комбинацией поворотов. Докажите, что всегда можно вернуть его в исходное состояние, выполнив эту комбинацию еще несколько раз.

2 **a** В городе Энске есть несколько площадей, соединенных улицами. От каждой площади отходит ровно три улицы. Участник соревнований по городскому ориентированию стартовал на площади Революции и ходит по улицам, на каждой площади сворачивая поочередно то направо, то налево. Докажите, что рано или поздно он вернется на площадь Революции.

b Все участники этих соревнований вышли с площади Революции одновременно, но в разные стороны и ходят по улицам, поворачивая поочередно то направо, то налево. От каждой площади до следующей любой участник доходит ровно за пять минут. Правда ли, что в какой-то момент все участники опять соберутся на одной площади?

3 На доске выписывают последовательность 5, 8, 2, 3, 8, 1, 4, 6, Каждая следующая цифра в ней равна последней цифре суммы четырех предыдущих.

a Правда ли, что в какой-то момент в этой последовательности второй раз встретится 5, 8, 2, 3?

b Встретится ли в этой последовательности 8, 5, 8, 2?

4 Докажите, что где-то в последовательности Фибоначчи встретится число, которое делится на 2022.

5 Докажите, что для какого-то натурального N число 13^N заканчивается на 001.

8ВМ, спецкурс, занятие 7

1 октября 2022

Защикливание назад

0 Анна Алексеевна приклеила на двери всех кабинетов школы записки с надписями: «Спецкурс 8ВМ в кабинете №...», а потом исчезла в неизвестном направлении. Катя внимательно изучила записки и обнаружила, что все они указывают на разные кабинеты. Миша пытается попасть на спецкурс, руководствуясь этими указаниями. Начал он у кабинета №7. Докажите, что рано или поздно он вернется к 7 кабинету.

Теорема (о защикливании назад). *Если система защикливается, и ее предыдущее состояние можно однозначно восстановить по последующему (фиксированному числу последующих), то она защикливается без предпериода.*

1 Кубик Рубика выведен из первоначального состояния некоторой комбинацией поворотов. Докажите, что всегда можно вернуть его в исходное состояние, выполнив эту комбинацию еще несколько раз.

2 **a** В городе Энске есть несколько площадей, соединенных улицами. От каждой площади отходит ровно три улицы. Участник соревнований по городскому ориентированию стартовал на площади Революции и ходит по улицам, на каждой площади сворачивая поочередно то направо, то налево. Докажите, что рано или поздно он вернется на площадь Революции.

b Все участники этих соревнований вышли с площади Революции одновременно, но в разные стороны и ходят по улицам, поворачивая поочередно то направо, то налево. От каждой площади до следующей любой участник доходит ровно за пять минут. Правда ли, что в какой-то момент все участники опять соберутся на одной площади?

3 На доске выписывают последовательность 5, 8, 2, 3, 8, 1, 4, 6, Каждая следующая цифра в ней равна последней цифре суммы четырех предыдущих.

a Правда ли, что в какой-то момент в этой последовательности второй раз встретится 5, 8, 2, 3?

b Встретится ли в этой последовательности 8, 5, 8, 2?

4 Докажите, что где-то в последовательности Фибоначчи встретится число, которое делится на 2022.

5 Докажите, что для какого-то натурального N число 13^N заканчивается на 001.