

# 8ВМ, спецкурс, занятие 5

23 сентября 2022

## Еще индукция

Листочек сдается письменно на занятии 27 сентября.

1 Докажите по индукции, что последовательности  $a_n$  и  $b_n$  совпадают.

a

$$a_n = 5 + 3(n - 1)$$

$$b_1 = 5; \quad b_{n+1} = b_n + 3$$

b

$$a_n = n^2 - 3n$$

$$b_1 = -2, \quad b_2 = -2; \quad b_{n+1} = 2b_n - b_{n-1} + 2$$

2 Докажите по индукции, что

a  $13^n + 5$  делится на 6;

b  $3^{2n+2} + 8n - 9$  делится на 16;

3 Докажите, что если в числе 12008 между нулями вписать произвольное число троек, то получившееся число будет делиться на 19.

4 Выведите и докажите формулы. Индукцией пользоваться не обязательно.

a  $\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n(n+2)}\right) = ?$

b  $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (2n-1)^2 - (2n)^2 = ?$

5 На плоскости нарисовано несколько окружностей так, что получилась связная (не распадающаяся на части) картинка. Докажите, что эту картинку можно обвести «одним росчерком», то есть не проходя по одной дуге два раза и не отрывая карандаша от бумаги, и при этом вернуться в начальную точку.

# 8ВМ, спецкурс, занятие 5

23 сентября 2022

## Еще индукция

Листочек сдается письменно на занятии 27 сентября.

1 Докажите по индукции, что последовательности  $a_n$  и  $b_n$  совпадают.

a

$$a_n = 5 + 3(n - 1)$$

$$b_1 = 5; \quad b_{n+1} = b_n + 3$$

b

$$a_n = n^2 - 3n$$

$$b_1 = -2, \quad b_2 = -2; \quad b_{n+1} = 2b_n - b_{n-1} + 2$$

2 Докажите по индукции, что

a  $13^n + 5$  делится на 6;

b  $3^{2n+2} + 8n - 9$  делится на 16;

3 Докажите, что если в числе 12008 между нулями вписать произвольное число троек, то получившееся число будет делиться на 19.

4 Выведите и докажите формулы. Индукцией пользоваться не обязательно.

a  $\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n(n+2)}\right) = ?$

b  $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + (2n-1)^2 - (2n)^2 = ?$

5 На плоскости нарисовано несколько окружностей так, что получилась связная (не распадающаяся на части) картинка. Докажите, что эту картинку можно обвести «одним росчерком», то есть не проходя по одной дуге два раза и не отрывая карандаша от бумаги, и при этом вернуться в начальную точку.