

Математический квадрат. 8 класс

Алгебра

A4. Число $x = 4$ является корнем уравнения

$$(x + a)^2 + (x + b)^2 + (x + c)^2 = 0.$$

Найдите $a + b + c$.

A8. Было 100 чисел. Каждое из них увеличили на 1, и сумма их квадратов при этом не изменилась. Изменится ли сумма квадратов, если теперь каждое число еще раз увеличить на 1, и если да, то на сколько?

A12. Найдите такое n , что $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{n}] = 100$. (Здесь $[x]$ — наибольшее целое число, не превосходящее x).

A16 Расставьте в равенстве

$$(x^2 - *x + *) (x^2 - *x + *) (x^2 - *x + *) = 0$$

вместо звёздочек числа 2, 3, 4, 5, 6, 7 так, чтобы и сумма, и произведение всех различных корней полученного уравнения были равны 6.

A20. Про целые числа a, b, c известно, что

$$abc + ab + bc + ac + a + b + c = 142.$$

Чему может быть равно произведение abc ?

Математический квадрат. 8 класс

Текстовые задачи

T4. Тётя Таня купила на базаре дешёвый китайский будильник, который отстаёт на 5 минут в час. Сейчас на будильнике 11 час. 38 мин. Через сколько минут он покажет 12 часов?

T8. Из городов А и В навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через 8 часов. Если бы скорость автомобиля, выехавшего из А, была больше на 14%, а скорость автомобиля, выехавшего из В, была больше на 15%, то они встретились бы через 7 часов. Скорость какого автомобиля больше и во сколько раз?

T12. Отцу и двум его сыновьям вместе 48 лет. Через 5 лет возраст отца будет в два раза больше суммы возрастов его сыновей, а Коле будет столько лет, сколько Юре сейчас. Сколько лет отцу, Коле и Юре?

T16. Несколько (больше одного) человек, каждый из которых вначале имеет 300 долларов, играют в казино. Один раунд игры заключается в следующем. Все игроки отдают по 10 долларов крупье, затем один из них по жребию объявляется проигравшим. Он раздаёт все свои деньги поровну всем остальным и выходит из игры. В итоге оказалось, что у последнего оставшегося игрока капитал вновь составляет 300 долларов. Сколько человек пришло в казино?

T20. Профессор математики Александр Савельевич, медленно спускаясь по идущему вниз эскалатору, насчитал 50 ступенек. А спортсмен Николай, взбегаая по тому же эскалатору вверх, насчитал 125 ступенек. Сколько ступеней в видимой части эскалатора, если, пока профессор проходит одну ступеньку, Николай пробегает пять?

Математический квадрат. 8 класс

Числа

Ч4. Найдите сумму цифр в десятичной записи числа $4^{12} \cdot 5^{21}$.

Ч8. Вася задумал целое число, умножил его то ли на 5, то ли на 6, потом прибавил к результату то ли 5, то ли 6, потом отнял то ли 5, то ли 6, потом разделил то ли на 5, то ли на 6. В итоге получилось то ли 5, то ли 6. Какое число мог задумать Вася?

Ч12. Шотландский математик Август де Морган, живший в XIX веке, утверждал, что в x^2 году ему исполнилось x лет. В каком году он родился?

Ч16. Учительница Марьиванна придумывает ребус для своих учеников. Она написала $BAO + BA + B = \dots$ и задумалась, какое трехзначное число можно написать справа от знака равенства, чтобы у ребуса было решение. Сколько всего существует способов это сделать? (Разные буквы обозначают разные цифры. Числа с нуля не начинаются.)

Ч20. Подряд выписываются натуральные числа от 1 до 1000: 12345678910111213...9991000. А затем в этом выражении между всеми цифрами расставляются чередующиеся знаки $-$ и $+$:

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 1 + 0 - 1 + 1 - 1 + 2 - \dots$$

Чему равно значение получившегося выражения?

Математический квадрат. 8 класс

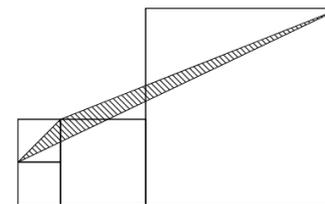
Геометрия

Г4. В парке на расстоянии 3 метра друг от друга проходят две параллельные прямые — дорожки. Петя и Вася одновременно побежали каждый по своей дорожке (в одну и ту же сторону). В начальный момент расстояние между ребятами было 3 метра, а через 1 минуту оно стало равно 7 метрам. Какое расстояние будет между Петей и Васей еще через 1 минуту? (Каждый из ребят бежит с постоянной скоростью.)

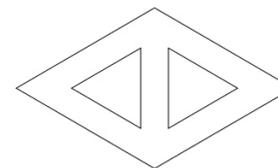
Г8. На основании AC равнобедренного треугольника ABC с углом $ABC = 70^\circ$ выбраны точки E и F , а на боковых сторонах AB и BC — точки P и Q так, что $AP + AE = CQ + CF = AC$. Каков угол (в градусах) между прямыми PF и EQ ?

Г12. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC $\angle A = 30^\circ$, $\angle D = 60^\circ$, $BC = 3$, $CD = 5$. Найдите периметр трапеции.

Г16. На чертеже изображены 4 квадрата. Стороны маленьких квадратов равны 3, а сторона большого квадрата равна 43. Найдите площадь серого треугольника.



Г20. Из ромба с углом 60° и периметром 40 вырезали два равносторонних треугольника с периметром 15. Оказалось, что у оставшейся рамки толщина везде одинаковая (см. рисунок). Найдите эту толщину.



Математический квадрат. 8 класс

Комбинаторная геометрия

КГ4. Есть 6 палочек длиной 2, 3, 4, 5, 6, 7. Сколькими способами можно составить треугольник из каких-то трех из них?

КГ8. На прямой отмечено 100 синих, 5 зеленых и несколько красных точек, причем между любыми двумя одноцветными точками есть точка другого цвета. Сколько может быть красных точек?

КГ12. На плоскости провели 2023 различные прямые, среди которых нет параллельных. Какое наибольшее количество углов, равных 1 градусу, могло при этом образоваться?

КГ16. Треугольник расположен на клетчатой плоскости так, что все его вершины находятся в узлах. Две его стороны равны $\sqrt{41}$ и $\sqrt{85}$. Найдите минимальную возможную длину третьей стороны. (Сторона клетки равна 1.)

КГ20. Маша нарисовала на клетчатой бумаге два четырехугольника с вершинами в узлах сетки и вырезала их. Ее брат Коля обнаружил, что из вырезанных фигурок (возможно, переворачивая их) можно сложить и треугольник, и четырехугольник, и пятиугольник. Нарисуйте пример, как такое могло произойти.

8 класс. Ответы

Алгебра

А4. -12

А8. увеличится на 200

А12. 30

А16. $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 4x + 7)$. Есть и другие примеры.

А20. 0, 280, 288, 568

Текстовые задачи

Т4. 24

Т8. из А в 2, 5 раза

Т12. 37, 3, 8

Т16. 58

Т20. 100

Числа

Ч4. 8

Ч8. 4, 5, 6, 7

Ч12. 1806

Ч16. 576

Ч20. 409

Геометрия

Г4. 13 м

Г8. 55°

Г12. $21 + 5\sqrt{3}$

Г16. 18

Г20. $\sqrt{3}$

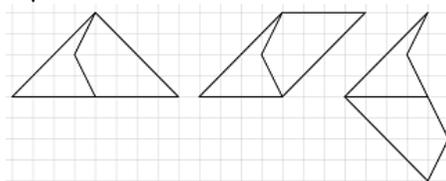
Комбинаторная геометрия

КГ4. 13

КГ8. от 94 до 106

КГ12. 4044

КГ16. $2\sqrt{2}$



КГ20. Есть и другие примеры

