



Это листочек на пятницу 12 мая. Скорее всего, это будет единственная возможность сдать его устно, так что постарайтесь порешать задачи заранее.

**1** **a** Постройте многочлен  $P(x)$  второй степени, такой что  $P(1) = 1, P(3) = 9, P(5) = 36$ .

**b** Постройте многочлен  $P(x)$  третьей степени, такой что  $P(1) = 1, P(3) = 4, P(5) = 10, P(7) = 27$ .

**2** **a**  $P(x)$  — многочлен степени  $n$ , а  $b$  — какое-то число. Докажите, что уравнение  $P(x) = b$  имеет не больше  $n$  корней.

**b** Про многочлен  $P(x)$  известно, что его степень не больше 4, а также  $P(1) = 1, P(2) = 2, P(3) = 3, P(4) = 4, P(5) = 5$ . Обязательно ли это многочлен  $P(x) = x$ ?

**c** Докажите, что интерполяционный многочлен единственен.

**3** Числа  $a, b, c$  различные. Решите уравнения без длинных вычислений и упрощений.

**a**  $a \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + b \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + c \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} = x;$

**b**  $a^2 \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + b^2 \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + c^2 \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} =$   
 $= a \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + b \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} + c \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}.$

**4** Найдите коэффициенты интерполяционного многочлена Ньютона  $P(x)$ , у которого  $P(1) = 20, P(2) = 23, P(4) = 15, P(5) = 43, P(8) = 500$ .

**5** Леонард Эйлер указывал многочлен  $P(x) = x^2 + x + 41$ , для которого  $P(0), P(1), P(2), \dots, P(39)$  — простые числа. Однако не существует многочлена не нулевой степени с целыми коэффициентами, у которого значения при любых целых  $x$  были бы простыми числами. Докажите это.

**6** В многочлене  $(x^6 + x^5 - x^4 - x^3 - x^2 + x + 1)^{1543}$  раскрыли скобки и привели подобные. Докажите, что какой-то коэффициент в получившемся выражении будет отрицательным.

*Эта задача не имеет отношения к интерполяционным многочленам.*