

## 8ВМ, спецкурс, занятие 28

21 апреля 2023

### Графский разнобойчик

1 Докажите, что в любом графе обязательно найдутся две вершины одной степени.

2 Ювелиру заказали сделать из бриллиантов массами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 карат такое ожерелье, чтобы сумма масс никаких двух соседних бриллиантов не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7. Сколько у ювелира способов выполнить заказ?

3 В стране любые два города соединены либо железной дорогой, либо авиалинией. Докажите, что один из этих двух видов транспорта позволяет добраться из любого города в любой (возможно с пересадками).

4 а Ребра полного графа с 6 вершинами раскрасили в два цвета. Докажите, что найдется одноцветный треугольник.

б Ребра полного графа с 17 вершинами покрасили в три цвета. Докажите, что найдется одноцветный треугольник.

в Ребра полного графа с 9 вершинами покрасили в красный и синий цвет. Докажите, что найдется либо красный треугольник, либо полный синий граф на 4 вершинах.

5 Существует ли граф со 100 вершинами, степени которых равны 1, 1, 2, 2, 3, 3, . . . , 49, 49, 50, 50?

6 Большой тетрадный лист раскрасили в 43 цвета по клеткам. Пара цветов называется *хорошей*, если существует две соседние клетки, закрасенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

7 а В стране из каждого города выходит по 8 дорог. Докажите, что две компании могут так приватизировать эти дороги, чтобы из каждого города выходило по 4 дороги каждой компании.

б В стране из каждого города выходит по 5 дорог. Докажите, что две компании могут так приватизировать эти дороги, чтобы из каждого города выходило две дороги одной компании и три дороги другой.

## 8ВМ, спецкурс, занятие 28

21 апреля 2023

### Графский разнобойчик

1 Докажите, что в любом графе обязательно найдутся две вершины одной степени.

2 Ювелиру заказали сделать из бриллиантов массаами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 карат такое ожерелье, чтобы сумма масс никаких двух соседних бриллиантов не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7. Сколько у ювелира способов выполнить заказ?

3 В стране любые два города соединены либо железной дорогой, либо авиалинией. Докажите, что один из этих двух видов транспорта позволяет добраться из любого города в любой (возможно с пересадками).

4 а Ребра полного графа с 6 вершинами раскрасили в два цвета. Докажите, что найдется одноцветный треугольник.

б Ребра полного графа с 17 вершинами покрасили в три цвета. Докажите, что найдется одноцветный треугольник.

в Ребра полного графа с 9 вершинами покрасили в красный и синий цвет. Докажите, что найдется либо красный треугольник, либо полный синий граф на 4 вершинах.

5 Существует ли граф со 100 вершинами, степени которых равны 1, 1, 2, 2, 3, 3, . . . , 49, 49, 50, 50?

6 Большой тетрадный лист раскрасили в 43 цвета по клеткам. Пара цветов называется *хорошей*, если существует две соседние клетки, закрасенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

7 а В стране из каждого города выходит по 8 дорог. Докажите, что две компании могут так приватизировать эти дороги, чтобы из каждого города выходило по 4 дороги каждой компании.

б В стране из каждого города выходит по 5 дорог. Докажите, что две компании могут так приватизировать эти дороги, чтобы из каждого города выходило две дороги одной компании и три дороги другой.