

8ВМ, спецкурс, занятие 17

10 января 2023

Сравнения и квадраты

Все числа в этом листочке целые.

- 1
 - a Докажите, что $n^3 - n$ делится на 6.
 - b Сумма 2023 чисел делится на 6. Докажите, что сумма их кубов тоже делится на 6.
- 2
 - a Какие остатки могут давать квадраты целых чисел по модулям 3, 4, 5, 8?
 - b Незнайка придумал два натуральных числа, возвёл каждое из них в квадрат и результаты сложил. Получилось 1543. Докажите, что Незнайка где-то ошибся.
 - c А может ли сумма трех квадратов равняться 1543?
- 3 Может ли число $n^4 + 2n^2 + 3$ быть простым (при $n \geq 1$)?
- 4 Известно, что $a^2 + b^2$ делится на 21. Докажите, что это число делится и на 441.
- 5 Трудолюбивый Миша выписал все простые числа, которые больше 3 и меньше 2023. Не менее трудолюбивая Маша вычислила значение $p^2 - 1$ для каждого Мишиного числа p . Найдите НОД всех Машиных чисел.
- 6 Найдите все натуральные решения уравнения $n! + 5n + 13 = k^2$.
Подсказка: угадайте маленькие решения и докажите, что больших решений нет.

8ВМ, спецкурс, занятие 17

10 января 2023

Сравнения и квадраты

Все числа в этом листочке целые.

- 1
 - a Докажите, что $n^3 - n$ делится на 6.
 - b Сумма 2023 чисел делится на 6. Докажите, что сумма их кубов тоже делится на 6.
- 2
 - a Какие остатки могут давать квадраты целых чисел по модулям 3, 4, 5, 8?
 - b Незнайка придумал два натуральных числа, возвёл каждое из них в квадрат и результаты сложил. Получилось 1543. Докажите, что Незнайка где-то ошибся.
 - c А может ли сумма трех квадратов равняться 1543?
- 3 Может ли число $n^4 + 2n^2 + 3$ быть простым (при $n \geq 1$)?
- 4 Известно, что $a^2 + b^2$ делится на 21. Докажите, что это число делится и на 441.
- 5 Трудолюбивый Миша выписал все простые числа, которые больше 3 и меньше 2023. Не менее трудолюбивая Маша вычислила значение $p^2 - 1$ для каждого Мишиного числа p . Найдите НОД всех Машиных чисел.
- 6 Найдите все натуральные решения уравнения $n! + 5n + 13 = k^2$.
Подсказка: угадайте маленькие решения и докажите, что больших решений нет.

8ВМ, спецкурс, занятие 17

10 января 2023

Сравнения и квадраты

Все числа в этом листочке целые.

- 1
 - a Докажите, что $n^3 - n$ делится на 6.
 - b Сумма 2023 чисел делится на 6. Докажите, что сумма их кубов тоже делится на 6.
- 2
 - a Какие остатки могут давать квадраты целых чисел по модулям 3, 4, 5, 8?
 - b Незнайка придумал два натуральных числа, возвёл каждое из них в квадрат и результаты сложил. Получилось 1543. Докажите, что Незнайка где-то ошибся.
 - c А может ли сумма трех квадратов равняться 1543?
- 3 Может ли число $n^4 + 2n^2 + 3$ быть простым (при $n \geq 1$)?
- 4 Известно, что $a^2 + b^2$ делится на 21. Докажите, что это число делится и на 441.
- 5 Трудолюбивый Миша выписал все простые числа, которые больше 3 и меньше 2023. Не менее трудолюбивая Маша вычислила значение $p^2 - 1$ для каждого Мишиного числа p . Найдите НОД всех Машиных чисел.
- 6 Найдите все натуральные решения уравнения $n! + 5n + 13 = k^2$.
Подсказка: угадайте маленькие решения и докажите, что больших решений нет.

8ВМ, спецкурс, занятие 17

10 января 2023

Сравнения и квадраты

Все числа в этом листочке целые.

- 1
 - a Докажите, что $n^3 - n$ делится на 6.
 - b Сумма 2023 чисел делится на 6. Докажите, что сумма их кубов тоже делится на 6.
- 2
 - a Какие остатки могут давать квадраты целых чисел по модулям 3, 4, 5, 8?
 - b Незнайка придумал два натуральных числа, возвёл каждое из них в квадрат и результаты сложил. Получилось 1543. Докажите, что Незнайка где-то ошибся.
 - c А может ли сумма трех квадратов равняться 1543?
- 3 Может ли число $n^4 + 2n^2 + 3$ быть простым (при $n \geq 1$)?
- 4 Известно, что $a^2 + b^2$ делится на 21. Докажите, что это число делится и на 441.
- 5 Трудолюбивый Миша выписал все простые числа, которые больше 3 и меньше 2023. Не менее трудолюбивая Маша вычислила значение $p^2 - 1$ для каждого Мишиного числа p . Найдите НОД всех Машиных чисел.
- 6 Найдите все натуральные решения уравнения $n! + 5n + 13 = k^2$.
Подсказка: угадайте маленькие решения и докажите, что больших решений нет.