

1. Основания трапеции равны 15 и 43. Отрезок длиной 31 с концами на боковых сторонах трапеции параллелен основаниям. В каком отношении делят боковые стороны трапеции концы этого отрезка?
2. Докажите, что если две медианы треугольника равны, он равнобедренный.
3. Стороны параллелограмма относятся как 1 : 2, а диагональ делит его угол на части, которые относятся как 1 : 3. Чему равен этот угол параллелограмма?
4. На продолжении стороны CD параллелограмма $ABCD$ за точку C выбрана точка P . Прямая AP пересекает сторону BC в точке Q . Докажите, что точка Q делит отрезок BC в таком же отношении, как и точка C делит отрезок DP .
5. Биссектрисы противоположных углов некоторого четырехугольника попарно параллельны. Докажите, что данный четырехугольник — параллелограмм. (Совпадающие прямые мы тоже считаем параллельными. Не забудьте про невыпуклый случай!)
6. Участок треугольной формы огорожен забором, по участку бродит овца. От некоторой точки T забора она идёт по прямой, параллельной какой-то другой стороне треугольника. Дойдя до забора, она бьётся о него башкой и снова идёт по тому же правилу (но не разворачивается назад), и так далее. Обязательно ли овца вернётся в точку T ? Если да, то через сколько ударов башки о забор это впервые произойдёт?
7. В пятиугольнике $ABCDE$ провели два отрезка: один соединил середины AB и CD , другой — середины BC и DE . Докажите, что отрезок, соединяющий середины проведённых отрезков, параллелен AE и вчетверо его короче.
8. Внутри треугольника ABC отмечена точка P так, что $\angle PAC = \angle PBC$. Из точки P опущены перпендикуляры PM и PN на стороны AC и BC соответственно. Докажите, что N и M равноудалены от середины стороны AB .