

Геометрия, 8В, домашнее задание 14 → 20 октября

1. Точки  $M$  и  $N$  — середины соответственно сторон  $AB$  и  $BC$  параллелограмма  $ABCD$ . Докажите, что отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются на диагонали  $BD$ .
2. Тимур придумал теорему, обратную теореме Фалеса: если на одной прямой последовательно через равные промежутки стоят точки  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ , а на другой прямой — последовательно через равные промежутки точки  $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ , то все прямые вида  $(A_i B_i)$  параллельны друг другу. Верна ли теорема Тимура?
3. Каждая диагональ трапеции равна сумме её оснований. Каков угол между диагоналями?
4. Дан параллелограмм  $ABCD$ . На его сторонах  $BC$  и  $CD$  во внешнюю сторону построены квадраты  $BEFC$  и  $CGHD$ . Докажите, что отрезки  $FG$  и  $AC$  равны и перпендикулярны.
5. Точки  $M$  и  $N$  — середина сторон  $BC$  и  $CD$  параллелограмма  $ABCD$ . Возможно ли, чтобы лучи  $AM$  и  $AN$  делили  $\angle BAD$  на три равные части?
6. Найдутся ли такие две трапеции, что основания каждой из них равны боковым сторонам другой?
7. Через вершину  $D$  единичного квадрата  $ABCD$  проведена прямая  $l$ , не пересекающая сторон квадрата. Луч  $CA$  пересекает  $l$  в точке  $E$ . На луче  $ED$  за точкой  $D$  выбрана точка  $F$  такая, что  $\angle DCF = 45^\circ$ . Оказалось, что  $AE = CF$ . Докажите, что  $AE = 1$ .
8.  $AA_1$  и  $BB_1$  — высоты остроугольного треугольника  $ABC$ . Из точек  $A$  и  $B$  на прямую  $A_1 B_1$  опущены перпендикуляры  $AP$  и  $BQ$ . Докажите, что  $B_1 P = A_1 Q$ .