Геометрия, 8В, домашнее задание 12 $\longrightarrow$ 17 мая.

$\boxed{1}$ Периметр треугольника равен 12. Найдите его стороны, если он равнобедренный и его точка пересечения медиан лежит на вписанной окружности.

$\boxed{2}$ Через вершину A треугольника ABC проведена прямая l, параллельная BC. Чевианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в одной точке. Прямые A_1B_1 и A_1C_1 пересекают прямую l в точках E и F. Докажите, что $AE = AF$.

$\boxed{3}$ Около окружности радиуса 1 описана равнобедренная трапеция, площадь которой равна 5. Найдите площадь четырёхугольника, вершинами которого служат точки касания окружности и трапеции.

$\boxed{4}$ Выведите из формулы Брахмагупты, что если четырёхугольник со сторонами a, b, c, d является не только вписанным, но и описанным, то его площадь равна $\sqrt{abcd}$.

$\boxed{5}$ Из середины каждой стороны остроугольного треугольника опущены перпендикуляры на две остальные стороны. Докажите, что площадь образовавшегося при их пересечении шестиугольника равна половине площади треугольника.

$\boxed{6}$ Отрезок с концами на боковых сторонах трапеции и параллельный её основаниям делит площадь трапеции пополам. Докажите, что если длины оснований a и b, то длина указанного отрезка равна $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$.

$\boxed{7}$ (Маше и Вове достаточно доказать выпуклость.) $ABCD$ – выпуклый четырёхугольник, точки E и F лежат на сторонах AB и CD соответственно. Докажите, что середины отрезков AF, DE, BF и EC – вершины выпуклого четырёхугольника, площадь которого не зависит от выбора E и F.

$\boxed{8}$ $PA_1||AB$, $PB_1||BC$, $PC_1||CA$. Докажите, что площадь зелёного треугольника равна сумме площадей голубых.