

Геометрия, 8В, домашнее задание 28 апреля → 03 мая.

1 Найдите площадь треугольника со сторонами 7, 8 и 9, а также радиус вписанной в него окружности.

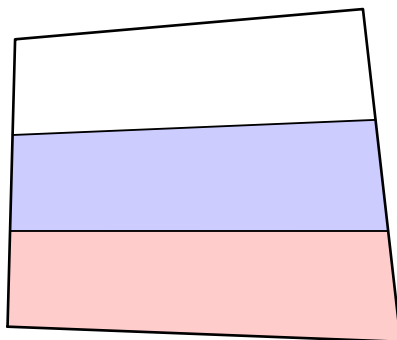
2 Диагонали разбивают выпуклый четырёхугольник на четыре треугольника. Докажите, что для обеих пар противоположных треугольников произведение площадей одно и то же.

3 На сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  треугольника  $ABC$  выбраны точки  $C_1$ ,  $A_1$ ,  $B_1$  соответственно так, что  $B_1C_1 \parallel BC$  и  $A_1C_1 \parallel AC$ . Известно, что  $S_{AB_1C_1} = a$  и  $S_{BA_1C_1} = b$ . Найдите  $S_{ABC}$ .

4 Внутри треугольника  $ABC$  выбрана точка. Через неё провели прямые, параллельные сторонам. Они разбили треугольник на части. Среди этих частей есть три треугольника с площадями  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ . Докажите, что число  $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}$  не зависит от выбора точки.

5 (Миша С. вместо решения рисует смайлик :) Две чевианы разбили треугольник на четыре части. Треугольные части имеют площади 1, 2 и 3 (в порядке обхода вокруг точки пересечения чевиан). А четырёхугольная какую?

6 Саша собрался нарисовать флаг России – прямоугольник, разделённый на три равные полосы. У Саши была линейка с делениями, а угольника не было. Так что стороны прямоугольника на три равные части он поделил точно, а сам «прямоугольник» вышел, прямо скажем, не очень (см. рис). Докажите, что, тем не менее, синяя полоса на его рисунке занимает ровно треть площади «прямоугольника».



7 Диагонали прямоугольной трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . На её короткой боковой стороне  $AB$  отмечена точка  $E$  так, что  $OE \parallel AD$ . Докажите, что  $[OE)$  – биссектриса  $\angle DEC$ .

8 Касательные к описанной окружности остроугольного треугольника  $ABC$ , проведённые в точках  $A$  и  $B$ , пересекаются в точке  $D$ . Точки  $P$  и  $Q$  – проекции  $D$  на прямые  $AC$  и  $BC$ . Докажите, что середина стороны  $AB$  – ортоцентр треугольника  $PQC$ .