

Геометрия, 8В, домашнее задание 28 апреля → 03 мая.

1 Найдите площадь треугольника со сторонами 7, 8 и 9, а также радиус вписанной в него окружности.

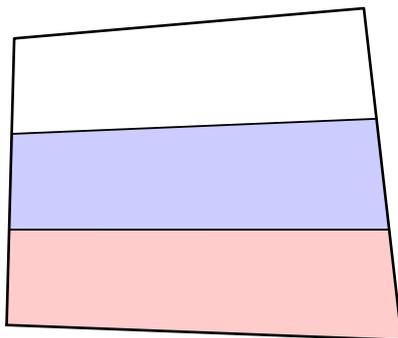
2 Диагонали разбивают выпуклый четырёхугольник на четыре треугольника. Докажите, что для обеих пар противоположных треугольников произведение площадей одно и то же.

3 На сторонах AB , BC , AC треугольника ABC выбраны точки C_1 , A_1 , B_1 соответственно так, что $B_1C_1 \parallel BC$ и $A_1C_1 \parallel AC$. Известно, что $S_{AB_1C_1} = a$ и $S_{BA_1C_1} = b$. Найдите S_{ABC} .

4 Внутри треугольника ABC выбрана точка. Через неё провели прямые, параллельные сторонам. Они разбили треугольник на части. Среди этих частей есть три треугольника с площадями S_1 , S_2 , S_3 . Докажите, что число $\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} + \sqrt{S_3}$ не зависит от выбора точки.

5 (Миша С. вместо решения рисует смайлик :) Две чевианы разбили треугольник на четыре части. Треугольные части имеют площади 1, 2 и 3 (в порядке обхода вокруг точки пересечения чевиан). А четырёхугольная какую?

6 Саша собрался нарисовать флаг России – прямоугольник, разделённый на три равные полосы. У Саши была линейка с делениями, а угольника не было. Так что стороны прямоугольника на три равные части он поделил точно, а сам «прямоугольник» вышел, прямо скажем, не очень (см. рис). Докажите, что, тем не менее, синяя полоса на его рисунке занимает ровно треть площади «прямоугольника».



7 Диагонали прямоугольной трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . На её короткой боковой стороне AB отмечена точка E так, что $OE \parallel AD$. Докажите, что $[OE)$ – биссектриса $\angle DEC$.

8 Касательные к описанной окружности остроугольного треугольника ABC , проведённые в точках A и B , пересекаются в точке D . Точки P и Q – проекции D на прямые AC и BC . Докажите, что середина стороны AB – ортоцентр треугольника PQC .